Письма в ЖЭТФ, том 31, вып.12, стр. 767 – 769 *20 июня 1980 г.*

КАПИЛЛЯРНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА И АНОМАЛЬНЫЙ СКАЧОК КАПИЦЫ НА ГРАНИЦЕ ТВЕРДЫЙ – ЖИДКИЙ ГЕЛИЙ

В.И.Марченко, А.Я. Паршин

Показано, что при $T = 0$ вероятность прохождения звука через квантовую границу жидкий – твердый гелий пропорциональна квадрату частоты. Поэтому скачок Капицы на такой границе зависит от температуры по закону T^{-5}.

Граница между твердым и жидким He^4 при температуре $T \lesssim 1$ К обладает совершенно уникальными свойствами [1, 2]. Только две выделенные по симметрии грани кристалла гелия находятся в классическом состоянии атомно-гладкой поверхности. На всех остальных гранях квантовая делокализация дефектов поверхности оказывается настолько большой, что возникает новое состояние [1], являющееся квантовым аналогом атомно-шероховатой поверхности. Рост и плавление таких границ при $T = 0$ осуществляется без диссипации – когерентным образом, в каждый момент времени при этом на границе выполняются условия фазового равновесия. Кастен и Нозьер [3] заметили, что такое положение приводит к аномальному отражению звука от границы, так как условия фазового равновесия соответствуют фиксированному давлению и граница всегда подстраивается под это условие путем перекристаллизации. При конечной температуре тепловые возбуждения тормозят движение границы, условия фазового равновесия нарушаются и звук проникает из одной фазы в другую. Уменьшение прохождения звука при понижении температуры наблюдали недавно Кастен, Балибар и Ларош [4].

В настоящей работе мы покажем, что при $T = 0$ звук проходит через квантовые границы за счет капиллярных эффектов. Вероятность такого прохождения пропорциональна квадрату частоты звука.

Имея своей целью только продемонстрировать явление, ограничимся рассмотрением изотропного кристалла. Термодинамическое условие фа–

зового равновесия Гиббса тогда имеет вид

$$F_o + P + a\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{\mu}{v_o} \qquad (1)$$

F_o — свободная энергия единицы объема недеформированного кристалла, v_o — его атомный объем, μ — химический потенциал жидкости, P — давление в жидкости, a — плотность поверхностной энергии, R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны. В звуковой волне давление P отличается от равновесного P_o на величину δP. Учитывая, что $\mu(P) = \mu(P_o + \delta P) \approx \mu(P_o) + v\,\delta P$, где v — атомный объем жидкости, из (1) получим

$$\left(\frac{v}{v_o} - 1\right)\delta P = a\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (2)$$

Условия механического равновесия в изотропном случае сводятся к следующим уравнениям (подробнее см. [5]):

$$\sigma_{nn} + P + \beta\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 0, \quad \sigma_{\mu n} = 0 \qquad (3)$$

σ_{ik} — тензор напряжений в кристалле, n — индекс нормали к поверхности, $\mu = 1, 2$ — индексы декартовой системы координат в плоскости границы, β — коэффициент поверхностного натяжения.

Задача полностью определяется при добавлении к системе граничных условий (2) – (3) еще одного условия, являющегося следствием сохранения числа частиц

$$\dot{u}_n - V_n = \dot{\zeta}\left(\frac{v}{v_o} - 1\right), \qquad (4)$$

которое при отсутствии перекристаллизации ($\dot{\zeta} = 0$) сводится к равенству нормальных компонент скорости жидкости V_n и твердого тела $\dot{u}_n$. Величина ζ задает смещение границы при плавлении или кристаллизации.

При падении звуковой волны, например, со стороны жидкости, на границе возникает за счет перекристаллизации рябь $\zeta \sim \exp(ik_x x - i\omega t)$ с волновым вектором k_x, равным тангенциальной проекции волнового вектора звука $\mathbf{k}$ тогда $R_2^{-1} = 0$, а $R_1^{-1} \approx \partial^2\zeta/\partial x^2$ и в согласии с условиями (3) в кристалле возникают напряжения, т.е. звук проходит в кристалл. При определении прохождения звука из жидкости в кристалл в уравнении (4) следует пренебречь скоростью $\dot{u}_n \ll V_n$, из кристалла в жидкость — $V_n \ll \dot{u}_n$. Не останавливаясь на стандартных выкладках (см. [6]) приведем, например, выражение для отношения амплитуды A_t прошедшего поперечного звука к амплитуде A звука падающего из жидкости под углом θ к нормали:

$$\frac{A_t}{A} = 2i \frac{c_t^2 (1+\sigma)(1-2\sigma)\left\{ a + \left(\frac{v}{v_0} - 1\right)\beta \right\} \cos\theta \sin^2\theta}{c^3 E\left(\frac{v}{v_0} - 1\right)^2 \left\{(1-2\sigma)\sin^2\theta_t \cos\theta_t + (\cos^2\theta_l - \sigma)\frac{\cos 2\theta_t}{\sin 2\theta_l}\right.} \omega , \quad (5)$$

где c – скорость звука в жидкости, остальные новые обозначения (c_t, σ, E, θ_t, θ_l), общеприняты в теории упругости (см. [6, 7]).

Таким образом, вероятность прохождения звука, равная квадрату модуля отношения амплитуд (5) пропорциональна квадрату частоты ω^2.

Ясно, что этот факт значительно затрудняет теплопередачу на границе жидкий – твердый гелий при температурах $\lesssim 1$ K и скачок Капицы здесь должен иметь аномальную зависимость от температуры T^{-5}.

Отметим, что на квантовых поверхностях кристалла гелия существуют обычные релеевские волны, причем их спектр определяется только свойствами, кристалла, словно это граница с вакуумом. Учет капиллярных эффектов приводит лишь к дисперсии их скорости, но не к затуханию, так как скорость звука в жидком гелии больше скорости поперечных волн в твердом гелии. На обеих классических гранях скорость поверхностных звуковых волн существенно зависит и от свойств жидкости (см. [6]). Теплопередача на таких границах осуществляется обычным образом.

Авторы благодарят Балибара, приславшего оттиски работ [3, 4] до их опубликования, А.Ф.Андреева и В.Л.Цымбаленко за полезное обсуждение.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 мая 1980 г.

Литература

[1] А.Ф.Андреев, А.Я.Паршин. ЖЭТФ, 75, 1511, 1978.

[2] К.О.Кешишев, А.Я.Паршин, А.В.Бабкин. Письма в ЖЭТФ, 30, 63, 1979.

[3] B.Castaing, P.Nozieres, J. de Physique, в печати.

[4] B.Castaing, S.Balibar, C.Laroche. J. de Physique в печати.

[5] В.И.Марченко, А.Я.Паршин. ЖЭТФ, 79, 257, 1980.

[6] Л.М.Бреховских. Волны в слоистых средах. М., изд. АН СССР, 1957, §4.

[7] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория упругости. М., изд. Наука, 1965.