Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 12, стр. 611 — 613 25 июня 1991 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ФАЗ В ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

В.И.Марченко

Институт физики твердого тела АН СССР
142432, Черноголовка

Поступила в редакцию 21 мая 1991 г.

Показано, что в одномерных системах могут наблюдаться фазовые переходы в состояния с непрерывным вырождением, характеризующиеся степенным поведением корреляционных функций.

Как было отмечено Ландау (см. [1] §163), в одномерных системах невозможно сосуществование фаз. Поэтому, здесь не бывает ни фазовых переходов первого рода, ни фаз с дискретным вырождением. В состояниях с непрерывным вырождением флуктуации параметра вырождения расходятся, как правило, даже при нулевой температуре. Ситуация здесь вполне аналогична поведению смектиков в трехмерном случае, кристаллов или сверхтекучей жидкости в двумерном. Там, однако, существует неэкспоненциальная корреляция флуктуаций, отличающая состояния от простой жидкости, поэтому, в частности, не верно бытующее до сих пор мнение, что такие состояния возможны лишь в системах с ограниченными размерами. В одномерном случае парная корреляция, например, флуктуаций плотности в кристалле спадает экспоненциально на больших расстояниях. В настоящем сообщении для двух состояний (кристаллического и сверхтекучего) приведены характеристики, отличающие их от нормальной одномерной жидкости, что указывает на принципиальную возможность существования фазового перехода в одномерной системе.

Одномерный кристалл, описывается плотностью $\rho_0[x-u(x)]$ (ср. с двумерным кристаллом [1] §138), где ρ_0 периодическая функция, u - вектор смещения. Лагранжиан фононной моды сводится к выражению

$$\frac{\rho}{2}\{(\partial_t u)^2 - c^2(\partial_x u)^2\}, \tag{1}$$

где c - скорость звука, ρ - средняя плотность. В согласии с (1) средняя величина квадрата модуля фурье компоненты вектора смещений в длинноволновой области равна

$$< |u_k|^2 >= \frac{\hbar}{\rho c k} n_k, \tag{2}$$

где n_k - планковская функция распределения тепловых фононов. Средний квадрат флуктуаций смещений расходится, однако, средняя величина квадрата деформации кристалла конечна и уменьшается с понижением температуры, так же как и для обычных кристаллов.

Выясним поведение четырехточечного коррелятора $< \Delta\rho_1\Delta\rho_2\Delta\rho_3\Delta\rho_4 >$ ($\Delta\rho_i = \rho(x_i) - \rho$, $\rho(x_i)$ - величина плотности в данный момент времени в точке x_i) в случае, когда расстояния $x_1 - x_2 = b_1$ и $x_3 - x_4 = b_2$ порядка кристаллического периода a, а величина $L = (x_1 + x_2 - x_3 - x_4)/2$ значительно больше. Разложим функцию ρ_0 в ряд фурье $\rho_0(x) = \rho + \Sigma\rho_f \exp(ifx)$, где

$f = n\pi/a$, $n \neq 0$ - целые числа, $\rho_f = \rho^*_{-f}$. Интересующий нас вклад в корреляционную функцию происходит от следующих членов

$$\rho_f \rho_{-f} \rho_q \rho_{-q} < \exp i\{f[x_1 - x_2 + u_1 - u_2] + q[x_3 - x_4 + u_3 - u_4]\} > .$$

Разница смещений на расстояниях порядка кристаллического периода мала, поэтому вводя деформации $\partial_x u$ имеем

$$|\rho_f|^2 |\rho_q|^2 \exp i(f b_1 + q b_2) < \exp i(b_1 \partial_x u_1 + b_2 \partial_x u_3) > . \tag{3}$$

Далее, проведя усреднение (ср. [1] §138), суммируя по волновым векторам, и, вычитая не имеющую отношения к корреляциям на больших расстояниях часть $< \rho_1 \rho_2 >< \rho_3 \rho_4 >$, найдем

$$\Sigma |\rho_f^2 \rho_q^2| \exp[i f b_1 + i q b_2 - \frac{1}{2}(b_1^2 + b_2^2) < (\partial_x u)^2 >]\{\exp[-b_1 b_2 < \partial_x u_1 \partial_x u_3 >] - 1\}.$$

Корреляция флуктуаций деформации $< \partial_x u_1 \partial_x u_3 >$ равна

$$\int k^2 |u_k^2| e^{ikL} \frac{dk}{2\pi} = \frac{\hbar}{2\pi\rho c} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{k \cos kL}{\exp(\hbar c k/T) - 1} dk = \frac{\hbar}{2\pi\rho c} \{L^{-2} - (\pi T/\hbar c)^2 sh^{-2}(\pi T L/\hbar c)\}.$$

Пренебрегая малыми поправками, в пределе $L \gg \hbar c/T$ получаем

$$< \Delta\rho_1 \Delta\rho_2 \Delta\rho_3 \Delta\rho_4 > - < \Delta\rho_1 \Delta\rho_2 >< \Delta\rho_3 \Delta\rho_4 > \approx -\frac{\hbar}{8\pi\rho c} \Sigma |\rho_f^2 \rho_q^2| \cos f b_1 \cos q b_2 \frac{b_1 b_2}{L^2}. \tag{4}$$

Таким образом, хотя найденный вклад в асимптотику коррелятора обусловлен тепловыми флуктуациями, на расстояниях больших длины волны теплового фонона в нем отсутствует температурная зависимость. Для учета нулевых колебаний, необходимо знание спектра на атомных длинах волн. В модели одномерного кристалла с одним атомом в ячейке и взаимодействии лишь ближайших соседей фононый спектр определяется выражением $\epsilon(k) = \hbar c a^{-1} |\sin ka|$. При этом вклад нулевых колебаний в коррелятор (5) пропорционален выражению

$$L^{-1} \sin(\pi L/2a) F(b_1, b_2), \tag{5}$$

где $F(b_1, b_2)$ - осциллирующая на расстояниях a функция b_1 и b_2. Нетрудно убедиться, что поправка порядка L^{-2} за счет нулевого движения точно компенсирует вклад (5) и остается лишь часть вида $L^{-2}\cos(\pi L/2a)$. Разложение по L^{-1} получается при интегрировании по частям. Обычно используемый трюк (см., например, вывод ф-лы (87,6) и задачу к §87 в [2]) не обоснован и приводит к неверному результату.

Отметим, что в одномерном кристалле с одним атомом в ячейке не существуют вакансии или межузлия. При большем количестве атомов в ячейке такие дефекты осмысленны и их появление при конечной температуре приводит к экспоненциальному поведению любых корреляторов, так как каждый дефект "сбивает" когерентность кристалла.

Лагранжиан одномерной сверхтекучей жидкости есть

$$\frac{1}{2}(\rho \partial_t \phi - \phi \partial_t \rho) - \epsilon(\rho) - \frac{1}{2}\rho(\partial_x \phi)^2 + \mu_0 \rho, \tag{6}$$

где ϵ - энергия единицы объема в однородном состоянии; ϕ - потенциал скорости, связанный с фазой параметра порядка сверхтекучей жидкости $\Psi = \rho^{1/2}\exp[i\varphi(x)]$ соотношением $\phi = (\hbar/m)\varphi$, где m - масса частицы в бозе конденсате; μ_0 - лагранжев множитель обеспечивающий сохранение числа частиц. Флуктуации определяются средними

$$< |\phi_k|^2 >= \frac{\hbar c}{\rho k}\{n_k + \frac{1}{2}\}, \quad < |\rho_k|^2 >= \frac{\hbar \rho k}{c}\{n_k + \frac{1}{2}\} \tag{7}$$

(ср. [2] ф-ла (87б5)). Коррелятор флуктуаций плотности равен

$$< \Delta\rho(0)\Delta\rho(x) >\sim \frac{\hbar\rho}{c}\int_0^q k\{n_k + \frac{1}{2}\}\cos kx dk \approx \frac{\hbar\rho q}{2cx}\sin qx, \quad T \ll \hbar cq. \tag{8}$$

Здесь $q \sim \rho/m$ - точка окончания спектра в сверхтекучей жидкости. Корреляционная функция $< \Psi^*(0)\Psi(x) >$ спадает экспоненциально, поведение же коррелятора $< \Psi^*(x_1)\Psi(x_2)\Psi^*(x_3)\Psi(x_4) >$ при том же расположении точек, что и в рассмотренном выше примере, степенное

$$< \Psi^*(x_1)\Psi(x_2)\Psi^*(x_3)\Psi(x_4) > - < \Psi^*(x_1)\Psi(x_2) >< \Psi^*(x_3)\Psi(x_4) >=$$

$$= \rho^{-2}\{< \exp i(\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4) > - < \exp i(\varphi_1 - \varphi_2) >< \exp i(\varphi_3 - \varphi_4) >\} =$$

$$= \rho^{-2}\exp\left[-\frac{1}{2} < (\varphi_1 - \varphi_2)^2 > -\frac{1}{2} < (\varphi_3 - \varphi_4)^2 >\right]\{\exp[- < (\varphi_1-\varphi_2)(\varphi_3-\varphi_4) >]-1\} \approx$$

$$\approx -\rho^{-2} < (\varphi_1 - \varphi_2)(\varphi_3 - \varphi_4) >\sim \frac{mc}{\hbar q}\sin qb_1 \sin qb_2 \frac{\sin qL}{qL}. \tag{9}$$

Обратим внимание на одну особенность одномерной сверхтекучести. Структура параметра порядка, помимо аномальной одночастичной или, в случае сверхпроводимости, двухчастичной функции Ψ, определяется также аномальными функциями большего количества частиц. В трехмерном случае все эти функции могут иметь (и тогда обязательно все вместе) особенность на вихревой линии, в двумерном случае в точке. В одномерном случае нет такого топологического свойства. Поэтому, если при флуктуациях функция Ψ обращается в какой-либо точке в ноль, никаких последствий для остальных аномальных функций не будет, т.е. когерентность вблизи такой точки не нарушается.

Благодарю К.А.Матвеева за полезное замечание.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 1976.
2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Часть 2. М.: Наука, 1978.