

## О ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ДВУМЕРНЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

В. И. Марченко

Показано, что в двумерных ферромагнетиках возможна особая непериодическая доменная структура, характеризующаяся аномальной восприимчивостью  $m \propto \ln^{-\nu}(H_0/H)$ .

1. Обычно доменная структура ферромагнетиков в условиях равновесия обладает определенным периодом. При достаточно большой толщине образца  $L$  осуществляется некоторая сложная разветвленная доменная структура с периодом  $a \propto L^{1/2}$  [1–3]<sup>1)</sup>.

Принято считать, что по мере уменьшения толщины образца  $L^{1/2}$  сменится законом  $L^{1/2}$  (при  $L \gg a$ ). Фактически, однако, это не так.

При малой константе анизотропии ( $\beta \ll 4\pi$ ) претендентом на структуру с  $a \propto L^{1/2}$  могла бы быть структура Ландау–Лифшица [4], (рис. 1, а), но, как показал Лифшиц [5], она неустойчива при  $L_c = 64\delta$ ,  $a_c = 16\delta$  (формулы (32) в [5] при  $\beta \rightarrow 0$ ).

Воспользовавшись идеей Лифшица [5], нетрудно убедиться в абсолютной неустойчивости относительно

возникновения маленьких клинышков (см. рис. 1, в). Считаем для простоты границу клина плоской. При малом угле клина ( $2\psi$ ) из условия замыкания магнитного потока следует, что угол отклонения намагниченности в области ABCO равен  $2\psi$ , а  $\angle ACB = \psi$ . Изменение энергии определяется в основном двумя вкладками: проигрышем — энергией границ клина  $2\sigma h$ , где  $\sigma = \beta \delta M^2$  — энергия единицы площади границы [4, 3],  $M$  — величина намагниченности, и выигрышем, связанным со сменой направления намагниченности в заштрихованных областях, —  $2\beta M^2 h^2 \psi$ . Таким образом, когда ширина клина у основания ( $2\psi h$ ) больше  $2\delta$ , т. е. всегда, когда ширина доменов заметно больше  $\delta$  и имеет смысл макроскопическая задача, образование клиньев выгодно.

Привороцкий [2] предложил структуру ( $a \propto L^{1/2}$ ) с меньшей, чем у структуры Ландау–Лифшица, энергией. Однако, так же как и в [4], при определении структуры выхода он минимизировал только энергию анизотропии и не учитывал энергию магнитного поля и энергию неоднородности. Допустим, однако, что можно не учитывать энергию неоднородности, т. е. характерные размеры, где существенно меняется направление

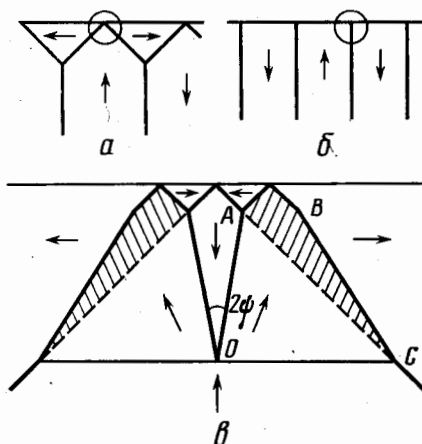


Рис. 1

Привороцкий [2] предложил структуру ( $a \propto L^{1/2}$ ) с меньшей, чем у структуры Ландау–Лифшица, энергией. Однако, так же как и в [4], при определении структуры выхода он минимизировал только энергию анизотропии и не учитывал энергию магнитного поля и энергию неоднородности. Допустим, однако, что можно не учитывать энергию неоднородности, т. е. характерные размеры, где существенно меняется направление

<sup>1)</sup> Вычисление коэффициента в этой формуле вряд ли возможно, так как наблюдаемая картина [1] не сводится к двумерной задаче, что обычно предполагается [2], и, кроме того, трудно учесть неоднородность поля вне образца на расстояниях порядка периода. Эта неоднородность должна определяться конкуренцией ее энергии с энергией структуры выхода, т. е. вносить существенный вклад.

намагниченности, много больше  $\delta$ . Тогда, чтобы иметь отклонение намагниченности на значительный угол, необходимы поля  $H \sim \beta M$ , причем здесь величина  $MH \sim \beta M^2 > 0$ . В силу уравнений Максвелла при отсутствии внешнего поля имеем

$$\int \mathbf{H} \mathbf{H} dV = 0$$

(интегрирование по всему пространству) или

$$-4\pi \int \mathbf{M} \mathbf{H} dV = \int H^2 dV \propto \beta^2,$$

следовательно, поскольку есть области с размерами порядка  $a$ , где  $MH \sim \beta M^2$  и положительно, должны быть области такого же размера, где  $MH \sim \beta M^2$  и отрицательно. В этих областях направление намагниченности (против поля) соответствует метастабильному состоянию, но, как установил Привороцкий [6], в поле  $\sim \beta M$  размер критического зародыша (при  $\beta < 4\pi$ ) порядка  $\delta$ . Следовательно, не учитывать энергию неоднородности и энергию поля нельзя.

Напомним здесь, что доменная структура при  $\beta < 4\pi$  вообще не существует в слишком тонких пластинах и возникает непрерывно при  $L = L_n = \pi\delta$  [7] ( $\beta < 4\pi$ ), а закон  $L^{3/2}$  наблюдается [1] вплоть до малых толщин, когда  $a \sim L$ .

При большой константе анизотропии,  $\beta > 4\pi$ , в небольшом интервале толщин,  $\beta\delta \lesssim L \lesssim 15\beta\delta$ , осуществляется [1] структура Киттеля [8] (рис. 1, б). При  $L = L_c = 15\beta\delta$  (тогда  $a \approx 0,2L$ ) теряется устойчивость плоской формы междоменных границ вблизи их выхода на поверхность и для больших толщин наблюдается [1] сложная структура выхода с периодом доменов в глубине образца  $a \propto L^{3/2}$ . С другой стороны, при  $L \approx \beta\delta$  наблюдается гексагональная структура из цилиндрических доменов [9]. Формула для периода структуры  $a \approx 0,77 (\beta\delta L)^{1/2}$ , полученная Киттелем [8] в пределе  $L \gg a$ , неплохо работает и в указанной области, где  $1 \lesssim L/a \lesssim 5$ . Действительно, точная плотность энергии структуры Киттеля при произвольном отношении  $a/L$  равна

$$\sigma L a^{-1} + 16\pi^{-2} M^2 a \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-3} [1 - e^{-(2n+1)\pi L/a}] \quad (1)$$

(ср. [3], задача к § 44). Оставляя здесь первую поправку при  $a \ll L$ , трудно убедиться, что даже при  $L/a = 1$  неточность формулы Киттеля около 5%, при  $L/a = 2$  уже 0,5%.

В настоящей работе будет исследована доменная структура предельно тонких ( $L \ll \beta\delta$ ) пластинок для ферромагнетиков с  $\beta > 4\pi$ , в которых однородное состояние с намагниченностью вдоль оси анизотропии (перпендикулярной к плоскости пластинки) устойчиво при малых отклонениях. Оказывается, что в таком ферромагнетике возможна принципиально новая непериодическая доменная структура.

2. Перейдем в формуле (1) к пределу  $a \gg L$ :

$$\sigma L a^{-1} + 2\pi M^2 L - 4L^2 M^2 a^{-1} \ln(a/L). \quad (2)$$

Здесь второй член есть плотность магнитной энергии однородного состояния (тогда поле внутри пластинки  $H = -4\pi M$ ), третий член определяет (с логарифмической точностью) выигрыш в магнитной энергии, связанный с возникновением доменов. Минимуму (2) соответствует ширина доменов

$$a \propto L \exp(\beta\delta/4L), \quad \beta\delta \gg L. \quad (3)$$

Для дальнейшего исследования такой по существу двумерной ситуации удобно представить энергию следующим образом. Заметим, что в случае,

когда период заметно больше толщины пластинки, энергия магнитного диполь-дипольного взаимодействия сводится к интегралу

$$U = 1/2 \iint |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-3} m(\mathbf{r}_1) m(\mathbf{r}_2) dS_1 dS_2.$$

Здесь  $|m| = m_0 = ML$  — плотность намагниченности на единицу площади пластинки ( $m \perp \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ). Интегрируя это выражение два раза по частям и опуская формально расходящийся интеграл, определяющий энергию однородного состояния (второй член в (2)), получим

$$U = \frac{-1}{2} \iint |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-1} \frac{\partial m_1}{\partial r_{1i}} \frac{\partial m_2}{\partial r_{2i}} dS_1 dS_2.$$

Градиенты от намагниченности отличны от нуля только на границах между доменами, поэтому

$$U = -2m_0^2 \iint |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-1} dl_1 dl_2, \quad (4)$$

где интегрирование ведется по линиям границ, причем вектор  $dl$  направлен так, чтобы, например, справа намагниченность была направлена вниз.

Воспользовавшись представлением (4), найдем плотность энергии рассмотренной выше (формулы (2), (3)) полосовой структуры во внешнем поле, перпендикулярном к плоскости пластинки (ср. [10], формула (4)):

$$\frac{2\alpha}{a} - \frac{8m_0^2}{a} \ln \left( \frac{a \sin \pi c}{\pi \Delta} \right) - (1-2c)m_0 H. \quad (5)$$

Здесь  $c$  — концентрация доменов с направлением намагниченности против поля  $H$ ,  $\alpha = \sigma L$ ,  $a$  — период полосовой структуры (при  $H=0$  он в два раза больше, чем ширина одного домена). Логарифмически расходящийся на малых расстояниях интеграл обрезан на величине  $\Delta$ , которая, очевидно, порядка  $L$ , если  $L > \delta$ , или  $\sim \delta$ , если  $L < \delta$ . Минимизируя энергию (5) по  $a$  и  $c$ , найдем для периода и намагниченности структуры  $M = (1-2c)m_0$  следующие выражения:

$$a = a_0 [1 - (H/H_k)^2]^{-1/2}, \quad M = m_0 \arcsin(H/H_k), \quad (6)$$

где

$$H_k = (4m_0/e\Delta) \exp(-\alpha/4m_0^2), \quad a_0 = \pi e \Delta \exp(\alpha/4m_0^2), \quad (7)$$

здесь  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Покажем теперь, что полосовая структура неустойчива. Для этого при  $H=0$  найдем изменение энергии при малом отклонении вида  $y = f \cos kx$  одной из границ при неизменном прямолинейном расположении всех остальных. Собственная энергия выбранной границы изменится в квадратичном по  $f$  приближении на величину

$$\int dx \left\{ \frac{\alpha}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + 2m_0^2 \int dx' \left[ \frac{[y(x) - y(x')]^2}{2|x-x'|^3} - \frac{1}{|x-x'|} \frac{dy(x)}{dx} \frac{dy(x')}{dx'} \right] \right\} = f^2 \left[ \frac{\alpha k^2}{4} + m_0^2 k^2 \ln \left( \frac{Ck\Delta}{2} \right) \right] \int dx, \quad (8)$$

где  $C \approx 0,577$  — постоянная Эйлера. Энергия взаимодействия со всеми остальными границами изменится на величину

$$8m_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \iint dx dx' y^2 \left\{ \frac{3}{2} a^2 n^2 [(x-x')^2 + a^2 n^2]^{-3/2} - [(x-x')^2 + a^2 n^2]^{-5/2} \right\} = \frac{\pi^2 m_0^2 f^2}{3a^2} \int dx. \quad (9)$$

Выразим величину  $\Delta$  через  $a=a_0$  из (7) и подставим результат в (8), тогда для полного изменения энергии (8)+(9) получим

$$(\pi^2 m_0^2 f^2 / 3a^2) [1 + 3(ka)^2 \ln (Cka/2\pi e)] \quad (10)$$

на единицу длины границы. Ради этого результата в (5) и (8) вычисления проводились с точностью до констант под логарифмом, возникающих при интегрировании на больших по сравнению с  $\Delta$  расстояниях. Энергия (10) отрицательна в определенном интервале волновых векторов.

Таким образом, необходимо рассматривать некоторые более сложные структуры. В принципе имеются две существенно отличающиеся струк-

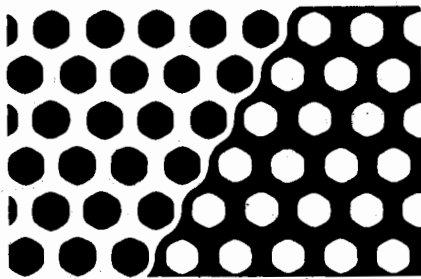


Рис. 2

туры. Во-первых, реальная структура может сохранить основное свойство полосовой структуры — симметрию  $\tau R$ : трансляцию на половину периода с изменением знака времени (т. е.  $m \rightarrow -m$ ). В силу симметрии средняя намагниченность структуры тогда равна нулю. Во-вторых, возможна структура типа решетки «цилиндрических» доменов (рис. 2), которая наблюдается при  $L \sim \sim \beta \delta$  [9]. Особенностью такой структуры является отсутствие симметричного запрета на существование у нее сред-

ней намагниченности  $m_1 = \lambda m_0$  ( $\lambda < 1$ ). При изменении знака времени рассматриваемая структура превращается в другую с противоположным направлением намагниченности, таким образом исходная ситуация (вырожденные состояния  $\pm m_0$ ) повторяется с новым значением намагниченности  $\pm m_1$ . Поэтому обязательно должна возникнуть сверхструктура — система расслоится на области с противоположными значениями  $\pm m_1$ . Здесь снова имеем две возможности: либо сверхструктура типа полосовой, либо типа решетки. Из-за анизотропии энергии границ между состояниями  $\pm m_1$ , возникающей благодаря определенной симметрии решетки цилиндрических доменов, может оказаться устойчивой даже полосовая структура с прямыми границами. Предположим, однако, что снова выгодной окажется сверхрешетка из цилиндрических доменов. Характерный масштаб такой сверхрешетки порядка

$$a_1 \sim a_0 \exp(\mu\alpha/4\lambda^2 m_0^2),$$

где параметр  $\mu$  определяет среднюю энергию <sup>2)</sup>  $\alpha_1 = \mu\alpha$  границы между состояниями  $\pm m_1$ .

Далее, из соображений подобия ясно, что, если  $\mu/\lambda^2 > 1$  (это наиболее интересный случай), процедура последовательного построения сверхструктур ничем не ограничена и на  $n$ -том шаге будем иметь  $m_n = \lambda m_{n-1} = \lambda^n m_0$ ,  $\alpha_n = \mu^n \alpha$  и

$$a_n = \kappa a_{n-1} \exp\left(\frac{\mu^n \alpha}{4\lambda^{2n} m_0^2}\right) = a_0 \kappa^n \exp\left\{\frac{\alpha}{4m_0^2} \frac{(\mu/\lambda^2)^n - 1}{1 - \lambda^2/\mu}\right\},$$

где  $\kappa$  — некоторая постоянная.

Выясним поведение рассматриваемой структуры во внешнем поле. Начиная с больших полей, замечаем, что в полях выше некоторого  $H_0 \sim H_k$  (7) доменная структура отсутствует и возникает в тот момент, когда энергия круглого домена радиуса  $R$  с намагниченностью, противоположной полю

$$\varepsilon(R, H) = 8\pi m_0^2 R \ln(8R/e^2 \Delta) + 2\pi R \alpha + 2\pi R^2 m_0 H \quad (11)$$

станет отрицательной. Решая систему уравнений  $\varepsilon(R, H) = 0$  и  $\partial\varepsilon/\partial R = 0$ ,

<sup>2)</sup> Найти величины  $\lambda$  и  $\mu$ , как и параметры решетки, аналитически вряд ли возможно.

находим

$$H_0 = (8/e^2) H_k > H_k, \quad R_0 = (e^3 \Delta / 8) \exp(\alpha / 4m_0^2). \quad (12)$$

В полях, чуть меньше  $H_0$ , должна возникнуть решетка из доменов с радиусом, практически равным  $R_0$ . Период решетки  $a$ , поскольку домены отталкиваются как магнитные диполи ( $\propto r^{-3}$ ), а энергия доменов линейна по полю  $\propto (H - H_0)$ , обращается в бесконечность по закону  $a \propto (H_0 - H)^{-1/2}$ . Из соображений симметрии выделенными являются гексагональная и квадратная решетки. Квадратная решетка при законе взаимодействия  $r^{-3}$  оказывается, однако, неустойчивой. Отметим, что энергия квадратной решетки больше, чем у гексагональной всего на  $\approx 1\%$ .

Рассмотренный фазовый переход по термодинамике является несомненно фазовым переходом II рода. Кинетика же этого перехода при уменьшении поля должна иметь, по крайней мере, две особые стадии. На первой стадии образуются зародыши (домены с противоположным направлением намагниченности) и ситуация полностью аналогична стадии зарождения при фазовых переходах I рода. На второй стадии взаимодействия между доменами должно привести к образованию решетки. Эта стадия и кинетика обратного перехода при увеличении поля требуют специального исследования.

При дальнейшем уменьшении поля период структуры станет порядка  $R_0$  и в поле  $H_1 \ll H_0$ , когда намагниченность структуры  $M = m_1 = \lambda m_0$  возникает сверхрешетка из доменов с намагниченностью  $m_1 = -\lambda m_0$  радиуса  $R_1$ . Величины  $R_1$  и  $H_1$  получаются из  $R_0$  и  $H_0$  заменой  $\lambda m_0 \rightarrow m_0$ ,  $\mu \alpha \rightarrow \alpha$ :

$$H_1 \sim \lambda H_0 \exp(-\mu \alpha / 4\lambda^2 m_0^2), \quad R_1 \sim R_0 \exp(\mu \alpha / 4\lambda^2 m_0^2).$$

Далее процесс возникновения сверхрешеток по мере уменьшения поля будет повторяться, так что, когда намагниченность структуры на  $n$ -том шаге станет равной  $\lambda^n m_0$  в поле  $H_n$

$$H_n \propto H_0 \exp\left\{-\frac{\alpha}{4m_0^2} \frac{(\mu/\lambda^2)^n}{1 - (\lambda^2/\mu)}\right\} \quad (13)$$

(здесь оставлен главный член в экспоненте при  $n \rightarrow \infty$ ) возникает новая сверхрешетка. Выражая из (13) индекс  $n$ , получаем следующую зависимость намагниченности  $M = \lambda^n m_0 \text{sign } H$  от магнитного поля в пределе  $H \rightarrow 0$ :

$$M = m_0 \text{sign } H \left\{ \frac{4m_0^2(1 - \lambda^2/\mu)}{\alpha} \ln \frac{H_0}{H} \right\}^{-\nu}, \quad (14)$$

где индекс  $\nu$  равен

$$\nu = (2 - \ln \mu / \ln \lambda)^{-1}.$$

Отметим, что полностью аналогичная картина критического поведения должна наблюдаться вместо фазового перехода I рода на поверхности кристаллов и жидкостей, где из-за стрикционного [11] и электрокапиллярного [10] эффектов имеется такое же, как и выше, логарифмическое поведение энергии межфазных границ. Роль внешнего поля в этих случаях играет температура, а характеристика аналогичная намагниченности, есть поляризация поверхности  $P$ . Тогда

$$P(T) - P(T_c) \propto (P_1 - P_2) \text{sign}(T - T_c) [\ln(T_c / |T - T_c|)]^{-\nu},$$

где  $P_1$  и  $P_2$  — поляризации поверхности в 1 и 2 сосуществующих состояниях (см. [10] и [11]).

Выражаю благодарность С. В. Иорданскому, С. В. Мешкову и Д. Е. Хмельницкому за полезные замечания.

### Литература

1. Кацер Я. ЖЭТФ, 1964, 46, 1787.
2. Привороцкий И. А. ЖЭТФ, 59, 1775.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, № 44.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Phys. Zs. Sowjetunion, 1935, 8, 153.
5. Лифшиц Е. М. ЖЭТФ, 1945, 15, 97.
6. Привороцкий И. А. ЖЭТФ, 1972, 62, 1185.
7. Murayama Y. J. Phys. Soc. Jap., 1966, 21, 2253.
8. Kittel C. Phys. Rev., 1946, 70, 965.
9. Малоземов А., Слоизуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982, § 2.
10. Марченко В. И. ЖЭТФ, 1981, 81, 1141.
11. Марченко В. И. Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 397.

Институт физики твердого тела  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
3.I.1985;  
после переработки  
22.XI.1985

### ON THE DOMAIN STRUCTURE OF TWO-DIMENSIONAL FERROMAGNETICS

*V. I. Marchenko*

It is shown that a special type of nonperiodic domain structure characterized by an anomalous susceptibility  $m \sim \ln^{-\nu}(H_0/H)$  may exist in two-dimensional ferromagnetics.