Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 93 *1987* *Вып. 2(8)*

К ТЕОРИИ КАЛИБРОВОЧНОЙ СИММЕТРИИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

В. И. Марченко

Найдены все возможные с точки зрения симметрии сверхпроводящие структуры с нетривиальным нарушением калибровочной симметрии: 58 немагнитных, 73 ферромагнитных и 113 антиферромагнитных. Предсказаны некоторые новые эффекты для «экзотических» сверхпроводников.

Введение

Как известно, явление сверхпроводимости обусловлено спонтанным нарушением калибровочной инвариантности. Гамильтониан электронов в металле инвариантен относительно калибровочного преобразования операторов рождения и уничтожения электронов, что есть просто математическое выражение условия сохранения их числа. Сверхпроводящее же состояние изменяется при таком преобразовании и переходит в иное — эквивалентное. Поэтому сверхпроводник характеризуется некоторой комплексной функцией ψ, фаза которой является параметром вырождения. В обычных сверхпроводниках ψ-функция вообще не изменяется при чисто кристаллических преобразованиях (поворотах, отражениях, трансляциях). Недавно Горьков и Воловик [1] обратили внимание на новый класс сверхпроводников, в которых параметр порядка при некоторых кристаллических преобразованиях изменяется. При этом, как показано в [1], должны наблюдаться весьма необычные физические свойства, обусловленные нетривиальным способом нарушения калибровочной симметрии. Горьков и Воловик [1] дали развитие теории Гинзбурга — Ландау для нового класса сверхпроводников и сформулировали общую задачу отыскания всех возможных способов нарушения калибровочной симметрии. Предложенный в [1] метод решения этой задачи, однако, неудобен и, более того, нуждается, как следует из изложенных ниже результатов, в дополнении.

Вместо формального поиска совокупностей комбинаций обычных и калибровочных преобразований составляющих группы симметрии в настоящей работе полное решение поставленной в [1] задачи проведено методом, развитым Андреевым и автором [2] при исследовании обменной симметрии магнетиков. Задача при этом существенно упрощается, так как достаточно рассмотреть лишь одно- и двумерные представления группы симметрии кристалла. Показано, что многие возможные с точки зрения симметрии сверхпроводящие структуры в силу своей симметрии оказываются принципиально неустойчивыми. Это общий эффект для систем с непрерывным вырождением (например, обменные магнетики, жидкие кристаллы). Установлена эквивалентность многих структур давно обсуждаемой в литературе возможности сосуществования обычной сверхпроводимости и того или иного типа магнитной упорядоченности.

Поскольку явление сверхпроводимости наблюдается только при низких температурах, то нет надежды на получение сверхпроводников со специально малыми релятивистскими эффектами, поэтому мы не будем рассматривать независимых поворотов спинового пространства. Речь будет идти, таким образом, о точной магнитно-калибровочной симметрии сверхпроводников.

Калибровочная симметрия

Вывод групп калибровочной симметрии и исследование ряда общих свойств состояний с нарушенной калибровочной инвариантностью возможны без детального представления о структуре пространства аргументов η-функции ψ, характеризующей сверхпроводник. Важно лишь, что эти аргументы (например, импульсы электронов) определенным образом изменяются под действием кристаллографических преобразований.

Пусть группа G есть группа кристаллографической симметрии сверхпроводника, т. е. группа симметрии микроскопической плотности заряда и вообще всех физических характеристик, не меняющихся при калибровочных преобразованиях и изменении знака времени R. Обратим внимание на то, что в общем случае группа G отличается от группы симметрии нормального состояния. Так, например, если фазовый переход второго рода в сверхпроводящее состояние (см. [1]) отвечает трехмерному представлению группы симметрии нормального состояния, то кристаллическая симметрия при переходе обязательно понизится.

Разложим функцию $\psi(\eta)$ по физически неприводимым представлениям (см. [3], § 96) группы G:

$$\psi(\eta)=\sum_{n,\alpha}\psi_{n\alpha}(\eta), \tag{1}$$

где функции $\psi_{n\alpha}(\eta)$ преобразуются по n-му представлению, индекс α нумерует функции, принадлежащие данному представлению. О виде функций $\psi_{n\alpha}(\eta)$ необходимо сделать следующее замечание. Согласно правилам квантовой механики, состояние, описываемое некоторой ψ-функцией при обращении времени R, переходит в состояние, описываемое комплексно-сопряженной функцией ψ^*. В том случае, когда существует такое калибровочное преобразование $C_\delta=\exp(i\delta\partial/\partial\varphi)$, при котором его совместное с R действие не меняет ψ-функции, что возможно только тогда, когда ψ-функция имеет вид

$$\psi=\chi(\eta)e^{i\varphi}, \tag{2}$$

где функция $\chi(\eta)$ действительна, состояние системы немагнитно. Такое состояние не может характеризоваться отличными от нуля средними значениями физических величин, инвариантных относительно калибровочных преобразований, но меняющихся при изменении знака времени, таких, как плотность тока либо намагниченности. Если же ψ-функция существенно комплексна, т. е.

$$\psi=\{\chi'(\eta)+i\chi''(\eta)\}e^{i\varphi}, \tag{3}$$

где действительные функции χ' и χ'' линейно независимы, состояние будет магнитным. Поэтому в разложении (1) функции $\psi_{n\alpha}$ могут появиться как в виде (2), так и в виде (3), причем в последнем случае функции $\chi_{n\alpha}'$ и $\chi_{n\alpha}''$, осуществляя одно и то же представление, преобразуются независимо.

Калибровочная симметрия сверхпроводника полностью определяется набором функций $\psi_{n\alpha}$, имеющихся в разложении (1). Число возможных наборов, однако, сильно ограничено. Действительно, составим из функций $\psi_{n\alpha}$ скалярные квадратичные формы $\psi_{n\alpha}\psi_{m\beta}^*+\psi_{n\alpha}^*\psi_{m\beta}$. Они не меняются при калибровочных преобразованиях и при изменении знака времени, поэтому в равновесном состоянии должны быть инвариантны относительно группы G. С другой стороны, эти величины преобразуются по прямому произведению представлений n и m. Поскольку в разложении (1) могут участвовать только унитарные представления, представление $n\times m$ содержит единичное, лишь если n совпадает с m. Поэтому

$$\psi_{n\alpha}\psi_{m\beta}^*+\psi_{n\alpha}^*\psi_{m\beta}=a_n(\eta)\delta_{nm}\delta_{\alpha\beta}, \tag{4}$$

где $a_{n}(\eta)$ — некоторые функции, инвариантные относительно группы G. Условие (4) удовлетворяется лишь в следующих трех существенно различных случаях.

1) ψ-функция вида (2) преобразуется по единичному представлению. Это — обычное сверхпроводящее состояние.

2) ψ-функция вида (2) преобразуется по одномерному неединичному представлению. Группа калибровочной симметрии этого сверхпроводника состоит из кристаллографических преобразований, не меняющих ψ-функции, и произведений калибровочного преобразования C_{π} на кристаллографические преобразования, меняющие знак ψ-функции. Эти группы, очевидно, изоморфны группам магнитной симметрии антиферромагнетиков.

3) ψ-функция имеет вид (3), где функции χ' и χ'' преобразуются по одному, либо по разным одномерным представлениям, либо осуществляют двумерное представление. Такой сверхпроводник характеризуется магнитной упорядоченностью. Из двух компонент ψ-функции

$$\psi'(\eta)=\chi'(\eta)e^{i\varphi}, \qquad \psi''(\eta)=i\chi''(\eta)e^{i\varphi}$$

можно составить калибровочно-инвариантную квадратичную форму

$$\psi'\psi''^{*}-\psi'^{*}\psi'', \tag{5}$$

меняющую знак при изменении знака времени и преобразующуюся в перечисленных случаях по одномерным представлениям. Симметрия формы (5) определяет, очевидно, группу магнитной симметрии состояния. Отметим здесь, что в сверхпроводниках, в которых симметрия формы (5) допускает намагниченность, в теории Гинзбурга — Ландау магнитное поле следует вводить в энергию не только обычным образом через векторный потенциал, но и непосредственно в виде члена $im_iH_i(\psi'\psi''^{*}-\psi'^{*}\psi'')$. Тогда, как можно убедиться, возможна ситуация, когда в магнитном поле сверхпроводимость возникает раньше, чем без магнитного поля (ср. с фазой A_1 в сверхтекучем He^3).

Многие магнитные сверхпроводники не удовлетворяют критерию устойчивости, аналогичному известному критерию Лифшица в теории фазовых переходов второго рода. Представим функции $\psi'(\eta)$ и $\psi''(\eta)$ в виде

$$\psi'(\eta)=\psi'\chi'(\eta), \qquad \psi''(\eta)=\psi''\chi''(\eta),$$

где действительные функции $\chi'(\eta)$ и $\chi''(\eta)$ преобразуются по соответствующим неприводимым представлениям, ψ' и ψ'' — параметры, не зависящие от η. Далее, как обычно, считаем, что параметры ψ' и ψ'' (а не функции χ' и χ'') осуществляют рассматриваемое представление. Тогда энергия системы при малых длинноволновых отклонениях от равновесия может быть разложена по степеням отклонений $\delta\psi'$ и $\delta\psi''$. Структура будет неустойчивой, если существует инвариантное относительно группы G выражение вида

$$K_i(\psi'\partial_i\psi''^{*}+\psi'^{*}\partial_i\psi''-\psi''^{*}\partial_i\psi'-\psi''\partial_i\psi'^{*}), \tag{6}$$

где ∂_i — дифференцирование по координатам. Действительно, рассмотрим малое отклонение от однородного состояния вида

$$\delta\psi=i\psi\delta\varphi(\mathbf{r}),$$

где $\delta\varphi$ — медленно меняющаяся функция координат. Поскольку в каждой точке пространства такое отклонение сводится к калибровочному преобразованию, изменение локальной (т. е. не содержащей пространственных производных) части энергии равно нулю. Главная часть изменения энергии определяется поэтому линейными по производным членами вида (6), которые, очевидно, всегда могут принимать отрицательные значения. Отметим, что инвариант (6) существует всегда, когда магнитная величина (5) преобразуется по представлению, входящему в векторное представление группы G, т. е. симметрия не запрещала бы наличия спонтанного тока.

Представления пространственных групп можно осуществить функциями вида

$$u_{\mathbf{q}}(\eta')e^{i\mathbf{qr}}, \tag{7}$$

где η' — совокупность аргументов η, за исключением координаты $\mathbf{r}$. Действительно, как известно [4], эти представления осуществляются функциями вида $u_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{qr}}$, где $u_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})$ — функции, периодические в кристаллической решетке, но с точки зрения симметрии зависимость $u_{\mathbf{q}}$ от $\mathbf{r}$ необходима лишь для задания закона преобразования $u_{\mathbf{q}}$ относительно поворотных элементов. Нас интересуют только одномерные и двумерные представления. Такие представления могут характеризоваться волновыми векторами $\mathbf{q}$, занимающими общее положение в обратной ячейке, лишь для кристаллов триклинной системы. В кристаллах моноклинной системы могут осуществляться представления с волновым вектором, занимающим общее положение в плоскости. Представления с волновым вектором, занимающим общее положение на оси симметрии, возможны для некубических кристаллов. Во всех перечисленных случаях представление обязательно двумерно, причем пара соответствующих функций (ψ', ψ'') преобразуется при трансляциях как пара функций $\sin\mathbf{qr}$ и $\cos\mathbf{qr}$, т. е. координатная зависимость ψ-функции (3) определяется множителем $e^{i\mathbf{qr}}$, что и должно было быть. Возникновение любой другой несоизмеримой структуры обязательно нарушает пространственную периодичность кристалла. Остальные структуры могут характеризоваться лишь волновыми векторами $\mathbf{q}$, соответствующими некоторым выделенным точкам обратной ячейки.

Из анализа, выполненного Лифшицем [5], известно, что инварианты вида (6) отсутствуют (при $\mathbf{q}\neq0$) только для представлений, характеризующихся волновыми векторами, составляющие которых равны определенным долям ($^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$) периодов обратной решетки. Для несоизмеримых структур, однако, существование инвариантов вида (6) не во всех случаях означает неустойчивость (см. [2]). Именно, если волновой вектор $\mathbf{q}$ занимает общее положение на оси симметрии либо общее положение в плоскости симметрии, то опасными являются инварианты, содержащие дифференцирование по координатам, перпендикулярным оси симметрии, либо соответственно по координате, перпендикулярной к плоскости симметрии. Отметим здесь, что в некоторых магнитных сверхпроводниках возможен своеобразный пьезоэффект. Пусть функции (ψ', ψ'') такие, что существует инвариант вида

$$K_{ikj}u_{ik}(\psi'\partial_j\psi''^*+\psi'^*\partial_j\psi''-\psi''^*\partial_j\psi'-\psi''\partial_j\psi'^*),$$

где u_{ik} — тензор деформаций. Тогда в деформированном кристалле возникает рассмотренная выше неустойчивость и функции ψ' и ψ'' приобретают, как нетрудно убедиться, фазовый множитель $e^{i\mathbf{qr}}$, где вектор $\mathbf{q}\infty u_{ik}$ мал в меру малости деформаций. Поскольку нет никакой анизотропии, фиксирующей фазу, эффект должен приводить к наблюдаемым последствиям, прежде всего для джозефсоновского тока.

Сформулированные простые правила вывода групп калибровочной симметрии и критерий устойчивости структур полностью аналогичны соответствующим результатам в теории обменной симметрии [2]. В [2] дополнительной к кристаллографической симметрии была группа трехмерных вращений спинового пространства, а здесь речь идет о поворотах в двумерном пространстве (калибровочные преобразования). Поэтому неудивительно, что обсуждаемые группы калибровочной симметрии изоморфны определенному классу групп обменной симметрии. А именно, структурам, характеризуемым одной функцией $\psi(\eta)$ (случаи 1 и 2), соответствуют коллинеарные магнетики, описываемые одним магнитным вектором, а характеризуемым двумя функциями — $\psi'(\eta)$, $\psi''(\eta)$ (случай 3) соответствуют неколлинеарные магнетики, описываемые двумя взаимно перпендикулярными магнитными векторами (см. [2]). Воспользовавшись этим соответствием, легко провести классификацию всех возможных сверхпроводящих структур с $\mathbf{q}=0$ (ср. [2]).

Рассмотрим для примера кристаллический класс $\mathbf{D}_3$. Группа $\mathbf{D}_3$ имеет три неприводимых представления: единичное A_1 (соответствующие параметры обозначим в немагнитном случае ψ_0, для магнитных структур ψ_0' и ψ_0''); одномерное A_2, по которому преобразуется координата z (параметры ψ_z и ψ_z', ψ_z''); двумерное E, по которому преобразуются координаты x, y (параметры ψ_x' и ψ_y''). Возможные комбинации представлений таковы: $A_1-\psi_0$; $A_2-\psi_z$; $(A_1A_1)-(\psi_0',\ \pm\psi_0'')$; $(A_2A_2)-(\psi_z',\ \pm\psi_z'')$; $E-(\psi_x',\ \pm\psi_y'')$; $(A_1A_2)-(\psi_0',\ \pm\psi_z'')$. В магнитных случаях запись $(\psi',\ \pm\psi'')$ соответствует двукратному вырождению, обусловленному нарушением $t\to-t$ инвариантности. В данном случае имеется два инварианта Лифшица вида (6): первый

$$\psi_x'\partial_z\psi_y''^*+\psi_x'^*\partial_z\psi_y''-\psi_y''^*\partial_z\psi_x'-\psi_y''\partial_z\psi_x'^*$$

приводит к неустойчивости структуры E, второй

$$\psi_0'\partial_z\psi_z''^*+\psi_0'^*\partial_z\psi_z''-\psi_z''^*\partial_z\psi'-\psi_z''\partial_z\psi_0'^*$$

— к неустойчивости структуры (A_1A_2). Таким образом, в группе $\mathbf{D}_3$ имеется 6 возможных с точки зрения симметрии структур. Однако только следующие 4 из них устойчивы: A_1, A_2, (A_1A_1), (A_2A_2).

В Приложении приводятся результаты аналогичного анализа всех 32 кристаллических классов. Фактически эта «таблица» построена по аналогичной «таблице», имеющейся в нашей работе по обменной симметрии [2]. Здесь добавлены только не учтенные в [2] структуры с двумя параметрами, преобразующимися по одному одномерному представлению (они неустойчивы только в полярных кристаллах, когда единичное представление входит в состав векторного). Первая цифра после символа класса означает полное число возможных с точки зрения симметрии структур, вторая — число устойчивых структур. Затем идет перечисление всех устойчивых структур. Ферромагнитные структуры, т. е. те, у которых симметрия формы (5) допускает намагниченность, помечены верхним индексом F, антиферромагнитные — индексом A. Следует иметь в виду, что представления B_1, B_2, B_3 в классе $\mathbf{D}_2$; B_{1g}, B_{2g}, B_{3g} и B_{1u}, B_{2u}, B_{3u} в классе $\mathbf{D}_{2h}$; B_1, B_2 в классах $\mathbf{C}_{2v}$, $\mathbf{C}_{4v}$, $\mathbf{D}_4$, $\mathbf{D}_6$, $\mathbf{C}_{6v}$; B_{1g}, B_{2g} и B_{1u}, B_{2u} в классах $\mathbf{D}_{4h}$ и $\mathbf{D}_{6h}$ эквивалентны в том смысле, что переходят друг в друга при поворотах системы координат. Замена этих представлений друг на друга приводит к эквивалентным структурам.

Полное число возможных в точки зрения симметрии структур $\mathbf{q}=0$ равно 343. Из них 276 являются устойчивыми. Это 32 структуры обычной сверхпроводимости, остальные структуры с нетривиальным нарушением калибровочной симметрии — 58 немагнитных, 73 ферромагнитных и 113 антиферромагнитных. Остальные структуры с $\mathbf{q}\neq0$ соответствуют весьма вырожденным, действительно экзотическим сверхпроводникам. Ясно, что при куперовском спаривании перестройка электронного спектра в них может происходить лишь на определенных поясках на поверхности Ферми, с тем чтобы, с одной стороны, все куперовские пары имели одинаковый суммарный импульс $\mathbf{q}$, а с другой — электроны в парах оставались вблизи поверхности Ферми.

Подчеркнем, что все полученные результаты не зависят от модельных представлений о структуре сверхпроводников, поэтому развитая картина является общей для любых случаев нарушения калибровочной симметрии. Так, например, не исключена принципиальная возможность бозе-эйнштейновской конденсации связанных состояний четырех (и вообще четного числа) электронов в металле, либо сверхтекучесть в системе нулевых дефектов в квантовом кристалле, либо сверхтекучесть водорода, растворенного в металле. В случае сверхпроводников с куперовским спариванием возможны дальнейшие важные выводы [1] об одночастичном спектре электронов. Модуль ψ-функции определяет щель в спектре электронов. Из симметрии ψ-функции может следовать обращение ее в нуль в определенных точках либо на целых линиях на поверхности Ферми. С этим связаны степенные по температуре законы в термодинамике [1] в отличие от экспоненциальных для обычных сверхпроводников. Отметим, что топология поверхности Ферми может быть устроена так, что электронные состояния, для которых симметрия диктовала бы нулевую щель, вообще отсутствуют. Такой сверхпроводник непросто отличить от обычного.

Отметим еще, что магнитные сверхпроводники (ψ', ψ'') в случаях, когда ψ' и ψ'' преобразуются по одномерным представлениям, можно описывать двумя, по существу, эквивалентными способами. С одной стороны, как это было сделано выше, их можно представлять как результат сосуществования двух типов сверхпроводимости. С тем же успехом в качестве параметра порядка может быть выбрана другая пара (ψ', M), где M — чисто магнитная характеристика, преобразующаяся как форма (5). Таким образом, эта симметрия соответствует также сосуществованию, например, упорядоченного состояния локализованных спинов и сверхпроводимости проводящих электронов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$\mathbf{C}_1$. 2; 1. A.
$\mathbf{C}_i$. 5; 4. A_g; A_u; $(A_gA_g)^F$; $(A_uA_u)^F$.
$\mathbf{C}_s$. 5; 2. A'; A''.
$\mathbf{C}_2$. 5; 2. A; B.
$\mathbf{C}_{2h}$. 14; 10. A_g; B_g, A_u, B_u; $(A_gA_g)^F$; $(B_gB_g)^F$, $(A_uA_u)^F$, $(B_uB_u)^F$; $(A_gB_g)^F$, $(A_uB_u)^F$.
$\mathbf{C}_{2v}$. 10; 5. A_1; A_2, B_1; $(A_1A_2)^F$, $(B_1B_2)^F$.
$\mathbf{D}_2$. 6; 4. A; B_1; $(AA)^A$; $(B_1B_1)^A$.
$\mathbf{D}_{2h}$. 17; 14. A_g; B_{1g}, A_u, B_{1u}; $(A_gA_g)^A$; $(B_{1g}B_{1g})^A$, $(A_uA_u)^A$, $(B_{1u}B_{1u})^A$; $(A_gB_{1g})^F$, $(A_gA_u)^A$, $(B_{1g}B_{2g})^F$, $(B_{1g}B_{1u})^A$, $(A_uB_{1u})^F$, $(B_{1u}B_{2u})^F$.
$\mathbf{S}_4$. 6; 5. A; B; $(E)^F$; $(AA)^F$; $(BB)^F$.
$\mathbf{D}_{2d}$. 15; 13. A_1; A_2, B_1, B_2; $(E)^F$; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$, $(B_1B_1)^A$, $(B_2B_2)^A$; $(A_1A_2)^F$, $(A_1B_1)^A$, $(A_2B_2)^A$, $(B_1B_2)^F$.
$\mathbf{C}_4$. 6; 3. A; B; $(AB)^A$.
$\mathbf{C}_{4h}$. 16; 14. A_g; B_g, A_u, B_u; $(E_g)^F$, $(E_u)^F$; $(A_gA_g)^F$; $(B_gB_g)^F$, $(A_uA_u)^F$, $(B_uB_u)^F$; $(A_gB_g)^A$, $(A_uB_u)^A$, $(A_gB_u)^A$, $(B_gA_u)^A$.
$\mathbf{C}_{4v}$. 11; 8. A_1; A_2, B_1; $(E)^F$; $(A_1A_2)^F$; $(A_1B_1)^A$; $(A_2B_1)^A$, $(B_1B_2)^F$.
$\mathbf{D}_4$. 11; 8. A_1; A_2, B_1; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$, $(B_1B_1)^A$; $(A_1B_1)^A$, $(A_2B_1)^A$.
$\mathbf{D}_{4h}$. 32; 29. A_{1g}; A_{2g}, B_{1g}, A_{1u}, A_{2u}, B_{1u}; $(E_g)^F$, $(E_u)^F$; $(A_{1g}A_{1g})^A$; $(A_{2g}A_{2g})^A$, $(B_{1g}B_{1g})^A$, $(A_{1u}A_{1u})^A$, $(A_{2u}A_{2u})^A$, $(B_{1u}B_{1u})^A$; $(A_{1g}A_{2g})^F$, $(A_{1g}B_{1g})^A$, $(A_{2g}B_{1g})^A$, $(B_{1g}B_{2g})^F$, $(A_{1u}A_{2u})^F$, $(A_{1u}B_{1u})^A$, $(A_{2u}B_{1u})^A$, $(B_{1u}B_{2u})^F$. $(A_{1g}A_{1u})^A$, $(A_{1g}B_{1u})^A$, $(A_{2g}A_{2u})^A$, $(A_{2g}B_{1u})^A$, $(B_{1g}A_{1u})^A$, $(B_{1g}A_{2u})^A$, $(B_{1g}B_{1u})^A$
$\mathbf{C}_3$. 3; 1. A.
$\mathbf{S}_6$. 7; 6. A_g; A_u; $(E_g)^F$, $(E_u)^F$; $(A_gA_g)^F$; $(A_uA_u)^F$.
$\mathbf{C}_{3v}$. 6; 4. A_1; A_2; $(E)^F$; $(A_1A_2)^F$.
$\mathbf{D}_3$. 6; 4. A_1; A_2; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$.
$\mathbf{D}_{3d}$. 16; 14. A_{1g}; A_{2g}, A_{1u}, A_{2u}; $(E_g)^F$, $(E_u)^F$; $(A_{1g}A_{1g})^A$; $(A_{2g}A_{2g})^A$, $(A_{1u}A_{1u})^A$, $(A_{2u}A_{2u})^A$; $(A_{1g}A_{2g})^F$, $(A_{1u}A_{2u})^F$, $(A_{1g}A_{1u})^A$, $(A_{2g}A_{2u})^A$.
$\mathbf{C}_{3h}$. 7; 6. A'; A''; $(E')^F$, $(E'')^F$; $(A'A')^F$; $(A''A'')^A$.
$\mathbf{D}_{3h}$. 16; 14. A_1'; A_2', A_1'', A_2''; $(E')^F$, $(E'')^F$; $(A_1'A_1')^A$; $(A_2'A_2')^A$, $(A_1''A_2'')^A$, $(A_2''A_2'')^A$; $(A_1'A_2')^F$, $(A_1'A_1'')^A$, $(A_2'A_2'')^A$, $(A_1''A_2'')^F$.
$\mathbf{C}_6$. 7; 3. A; B; $(AB)^A$.
$\mathbf{C}_{6h}$. 18; 16. A_g; B_g, A_u, B_u; $(E_{1g})^F$, $(E_{2g})^F$, $(E_{1u})^F$, $(E_{2u})^F$; $(A_gA_g)^F$; $(B_gB_g)^F$, $(A_uA_u)^F$, $(B_uB_u)^F$; $(A_gB_g)^A$, $(A_uB_u)^A$, $(A_gB_u)^A$, $(B_gA_u)^A$.

$\mathbf{C}_{6v}$. 12; 9. A_1; A_2, B_1; $(E_2)^F$, $(E_1)^F$; $(A_1A_2)^F$, $(A_1B_1)^A$, $(A_2B_1)^A$, $(B_2B_1)^F$.
$\mathbf{D}_6$. 12; 8. A_1; A_2, B_1; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$, $(B_1B_1)^A$; $(A_1B_1)^A$, $(A_2B_1)^A$.
$\mathbf{D}_{6h}$. 34; 31. A_{1g}; A_{2g}, B_{1g}, A_{1u}, A_{2u}, B_{1u}; $(E_{1g})^F$, $(E_{2g})^F$, $(E_{1u})^F$, $(E_{2u})^F$; $(A_{1g}A_{1g})^A$; $(A_{2g}A_{2g})^A$,
$(B_{1g}B_{1g})^A$, $(A_{1u}A_{1u})^A$, $(A_{2u}A_{2u})^A$, $(B_{1u}B_{1u})^A$; $(A_{1g}A_{2g})^F$, $(A_{1g}B_{1g})^A$, $(A_{2g}B_{1g})^A$, $(B_{1g}B_{2g})^F$, $(A_{1u}A_{2u})^F$, $(A_{1u}B_{1u})^A$, $(A_{2u}B_{1u})^A$, $(B_{1u}B_{2u})^F$, $(A_{1g}A_{1u})^A$, $(A_{1g}B_{1u})^A$, $(A_{2g}A_{2u})^A$, $(A_{2g}B_{1u})^A$, $(B_{1g}A_{1u})^A$, $(B_{1g}A_{2u})^A$, $(B_{1g}B_{1u})^A$.
$\mathbf{T}$. 3; 3. A; $(E)^A$; $(AA)^A$.
$\mathbf{T}_h$. 7; 7. A_g; A_u; $(E_g)^A$, $(E_u)^A$; $(A_gA_g)^A$; $(A_uA_u)^A$; $(A_gA_u)^A$.
$\mathbf{T}_d$. 6; 6. A_1; A_2; $(E)^A$; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$; $(A_1A_2)^A$.
$\mathbf{O}$. 6; 6. A_1; A_2; $(E)^A$; $(A_1A_1)^A$; $(A_2A_2)^A$; $(A_1A_2)^A$.
$\mathbf{O}_h$. 16; 16. A_{1g}; A_{2g}, A_{1u}, A_{2u}; $(E_g)^A$, $(E_u)^A$; $(A_{1g}A_{1g})^A$; $(A_{2g}A_{2g})^A$, $(A_{1u}A_{1u})^A$, $(A_{2u}A_{2u})^A$; $(A_{1g}A_{2g})^A$, $(A_{1u}A_{2u})^A$, $(A_{1g}A_{1u})^A$, $(A_{1g}A_{2u})^A$, $(A_{2g}A_{1u})^A$, $(A_{2g}A_{2u})^A$.

Литература

1. *Воловик Г. Е., Горьков Л. П.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1412.
2. *Андреев А. Ф., Марченко В. И.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 1522. УФН. 1980. Т. 130. С. 39.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* // Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Ч. I. М.: Наука, 1976. § 134.
5. *Лифшиц Е. М.* // ЖЭТФ. 1941. Т. 11. С. 255.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5.VI.1986

CONTRIBUTION TO THE THEORY OF GAUGE SYMMETRY OF SUPERCONDUCTORS

V. I. Marchenko

All superconducting structures with nontrivial violations of gauge symmetry are found vhich are possible on the basis of symmetry considerations. These are 58 nonmagnetic, 73 ferromagnetic and 113 antiferromagnetic structures. Some new effects for «exotic» superconductors are predicted.