

К ТЕОРИИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА He^3 В СВЕРХТЕКУЧЕЕ СОСТОЯНИЕ

В. И. Марченко

Найдены все 18 экстремумов энергии Ландау при фазовом переходе He^3 в сверхтекучее состояние.

Как известно, переход He^3 в сверхтекучее состояние удовлетворительно описывается в рамках общей теории фазовых переходов второго рода Ландау. Сверхтекучесть He^3 обусловлена бозе-эйнштейновской конденсацией куперовских пар со спином $S=1$ и моментом $L=1$. Поэтому параметром порядка является ψ -функция, имеющая векторные спиновые (греческие) и орбитальные (латинские) индексы $\psi_{i\alpha}$. В пренебрежении диполь-дипольным взаимодействием ядерных спинов энергия Ландау равна

$$F = -\tau \psi_{i\alpha} \psi_{i\alpha}^* + \frac{1}{2} \{ \beta_1 \psi_{i\alpha} \psi_{i\alpha} \psi_{j\beta}^* \psi_{j\beta}^* + \beta_2 (\psi_{i\alpha} \psi_{i\alpha}^*)^2 + \beta_3 \psi_{i\alpha} \psi_{i\beta}^* \psi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^* + \beta_4 \psi_{i\alpha} \psi_{i\beta}^* \psi_{j\alpha}^* \psi_{j\beta} + \beta_5 \psi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \psi_{j\alpha}^* \psi_{j\beta}^* \} \quad (1)$$

(см. [1, 2]). Уравнения равновесия

$$\delta F / \delta \psi_{i\alpha}^* = 0 \quad (2)$$

имеют решения с непрерывным вырождением относительно поворотов спинового и орбитального пространств и калибровочных преобразований. В конечном итоге с этим обстоятельством связаны трудности аналитического решения уравнений. Три решения, соответствующие A -, B -фазам He^3 и планарной фазе, были известны из микроскопической теории [3–5]. Еще три были найдены аналитически в работах [1, 2, 6]. Бартон и Мур [7], проведя численный анализ задачи, нашли шесть новых решений. Наконец, Джонс [8] обнаружил тринадцатое, наиболее сложное решение. Хотя сейчас уже не может быть никаких сомнений относительно структуры сверхтекучих фаз He^3 , тем не менее для теории желательно знать все экстремумы энергии (1).

1. Введем новые переменные φ_{ij} и f_{ij} :

$$\varphi_{ij} = \psi_{i\alpha} \psi_{j\alpha}, \quad f_{ij} = \psi_{i\alpha} \psi_{j\alpha}^* \quad (3)$$

Энергия (1) в этих переменных равна

$$F = -\tau f + \frac{1}{2} \{ \beta_1 \varphi \varphi^* + \beta_2 f^2 + \beta_3 \varphi_{ij} \varphi_{ij}^* + \beta_4 f_{ij} f_{ji} + \beta_5 f_{ij} f_{ij} \}, \quad (4)$$

где $f = f_{ii}$, $\varphi = \varphi_{ii}$. Умножая уравнение (2) на $\psi_{i\alpha}^*$ и суммируя по спиновому индексу, получим

$$\psi_{j\alpha}^* \delta F / \delta \psi_{i\alpha}^* = -\tau f_{ij} + \beta_1 \varphi \varphi_{ij}^* + \beta_2 f f_{ij} + \beta_3 \varphi_{ik} \varphi_{kj}^* + \beta_4 f_{ik} f_{kj} + \beta_5 f_{ki} f_{kj} = 0. \quad (5)$$

Повторяя эту же процедуру с функцией $\psi_{j\alpha}$, получим

$$\psi_{j\alpha} \delta F / \delta \psi_{i\alpha} = -\tau \varphi_{ij} + \beta_1 \varphi f_{ji} + \beta_2 f \varphi_{ij} + \beta_3 \varphi_{ik} \varphi_{jk} + \beta_4 f_{ik} \varphi_{kj} + \beta_5 f_{ki} \varphi_{jk} = 0. \quad (6)$$

Вычислив след уравнения (5) по орбитальному индексу $\psi_{i\alpha}^* \delta F / \delta \psi_{i\alpha}^* = 0$, можно убедиться, что для решений уравнений (5), (6) энергия (4) равна

$$F = -\tau f / 2. \quad (7)$$

Выделим в симметричной матрице φ_{ij} действительную и мнимую части

$$\varphi_{ij} = A_{ij} + iB_{ij}. \quad (8)$$

Используя свободу в выборе фазы ψ -функции, положим $B_{ii} = 0$. Действительная часть χ_{ij} матрицы f_{ij} (см. (3)) симметрична, а мнимая — антисимметрична. Вводя соответствующий дуальный вектор b_k имеем

$$f_{ij} = \chi_{ij} + ie_{ijk}b_k. \quad (9)$$

Выделим в уравнения (5) и (6) действительную и мнимую, симметричную и антисимметричную части¹⁾:

$$\begin{aligned} & \text{I } (\beta_2\chi - \tau)\chi_{ij} + \beta_1 A A_{ij} + \beta_3 (A_{ik}A_{kj} + B_{ik}B_{kj}) + \\ & \quad + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{ik}\chi_{kj} = (\beta_4 - \beta_5)(b_i b_j - \delta_{ij} b^2), \\ & \text{II } \beta_1 A B_{ij} = \beta_5 (\chi_{ki}e_{kjn} + \chi_{kj}e_{kin})b_n, \\ & \text{III } (\beta_2\chi - \tau)A_{ij} + \beta_1 A \chi_{ij} + \gamma (\chi_{ik}A_{kj} + \chi_{jk}A_{ki}) = \mu (e_{ikn}B_{kj} + e_{jkn}B_{ki})b_n, \\ & \text{IV } (\beta_2\chi - \tau)B_{ij} + \gamma (\chi_{ik}B_{kj} + \chi_{jk}B_{ki}) = \mu (e_{ikn}A_{kj} + e_{jkn}A_{ki})b_n, \\ & \text{V } (\beta_2\chi - \tau)b_n + \beta_3 e_{ijn}B_{ik}A_{kj} = \beta_4 (\chi_{ni}b_i - \chi b_n), \\ & \text{VI } \nu e_{ijn}\chi_{ik}A_{kj} + \eta b_j B_{jn} = 0, \\ & \text{VII } \beta_1 A b_n + \nu e_{ijn}\chi_{jk}B_{ki} = \eta (b_n A - b_j A_{nj}). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $\chi = \chi_{ii}$, $A = A_{ii}$, $b^2 = b_i b_i$, $\gamma = (\beta_3 + \beta_4 + \beta_5)/2$, $\mu = (\beta_3 + \beta_4 - \beta_5)/2$, $\nu = (\beta_4 + \beta_5 - \beta_3)/2$, $\eta = (\beta_4 - \beta_5 - \beta_3)/2$. Выберем декартовы координаты в орбитальном пространстве x, y, z так, чтобы матрица χ_{ij} была диагональна. Таким образом, перейдя к новым переменным $A_{ij}, B_{ij}, \chi_{ij}, b_i$, мы полностью избавились от непрерывного вырождения. Цена этого упрощения — лишние решения, которые могут появиться в связи с умножением, выполненным при переходе от (2) к (5), (6). Фактически лишние решения легко идентифицируются благодаря следующему обстоятельству. Аналогично проведенным преобразованиям можно вывести систему уравнений для свёрток по орбитальному индексу $\psi_{i\alpha}\psi_{i\beta}, \psi_{i\alpha}\psi_{i\beta}$. При этом соответствующая система уравнений отличается от (5), (6) лишь заменой $\beta_3 \rightleftharpoons \beta_5$. Поэтому ясно, что те решения системы (10), которые не имеют партнера с энергией, отличающейся заменой $\beta_3 \rightleftharpoons \beta_5$, следует отбросить.

Имея в виду это правило отбора, найдем вначале все возможные значения величины χ . Это удастся сделать даже без полного анализа всех уравнений системы (10). После отбрасывания заведомо лишних значений χ , останется 18 решений. Из них 13 соответствуют известным ранее экстремумам; остальные 5 будем анализировать более подробно — все они, как мы увидим, являются экстремумами энергии (1).

Пусть $A \neq 0$, тогда из II (10) следует, что $B_{xx} = B_{yy} = B_{zz} = 0$ и

$$B_{xy} = \frac{\beta_5 b_z}{\beta_1 A} (\chi_{xx} - \chi_{yy}), \quad B_{yz} = \frac{\beta_5 b_x}{\beta_1 A} (\chi_{yy} - \chi_{zz}), \quad B_{zx} = \frac{\beta_5 b_y}{\beta_1 A} (\chi_{zz} - \chi_{xx}). \quad (11)$$

Подставляя эти значения компонент B_{ik} в VI (10), найдем

$$\begin{aligned} & (\chi_{xx} - \chi_{yy})(\nu A_{xy} - \eta \beta_5 b_x b_y / \beta_1 A) = 0, \\ & (\chi_{yy} - \chi_{zz})(\nu A_{yz} - \eta \beta_5 b_y b_z / \beta_1 A) = 0, \\ & (\chi_{zz} - \chi_{xx})(\nu A_{zx} - \eta \beta_5 b_x b_z / \beta_1 A) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Откуда следует три случая:

$$1) \chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz},$$

$$2) \chi_{xx} = \chi_{yy}, \quad A_{yz} = \frac{\eta \beta_5}{\nu \beta_1 A} b_y b_z, \quad A_{zx} = \frac{\eta \beta_5}{\nu \beta_1 A} b_x b_z,$$

¹⁾ Уравнение (5) не имеет антисимметричной действительной части

3) $\chi_{xx} \neq \chi_{yy} \neq \chi_{zz} \neq \chi_{xx}$,

$$A_{ij} = \frac{\eta\beta_5}{\nu\beta_1 A} b_i b_j, \quad i \neq j. \quad (13)$$

В случае 1), воспользовавшись свободой поворота в орбитальном пространстве, выберем $b_x = b_y = 0$, далее при $b_z \neq 0$ поворотом вокруг оси z добиваемся $A_{xy} = 0$. Из компонент x, y уравнения (10.VII) видим, что и $A_{xz} = A_{yz} = 0$. При $b_z = 0$ матрицу A_{ik} можно диагонализировать. В случае 2) за счет свободы поворота вокруг оси z положим $b_y = 0$. Тогда, если $b_x \neq 0$, то из y -компоненты уравнения (10) следует $A_{xy} = 0$, если же $b_x = 0$, то поворотом вокруг оси z можно добиться $A_{xy} = 0$. Таким образом, можно считать, что уравнения (13) верны и в случае 1) и в случае 2) и поэтому их можно рассматривать одновременно со случаем 3). Подставляя выражения (11) и (13) в уравнения III (10) (при $i \neq j$), найдем

$$\begin{aligned} b_x b_y \{ \beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{zz}) - \mu \nu (3\chi_{zz} - \chi) / \eta \} &= 0, \\ b_y b_z \{ \beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{xx}) - \mu \nu (3\chi_{xx} - \chi) / \eta \} &= 0, \\ b_x b_z \{ \beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{yy}) - \mu \nu (3\chi_{yy} - \chi) / \eta \} &= 0. \end{aligned}$$

Откуда имеем две возможности: либо $b_x = b_y = 0$, либо $b_z = 0$; $b_x, b_y \neq 0$ и

$$\beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{zz}) - \mu \nu (3\chi_{zz} - \chi) / \eta = 0. \quad (14)$$

Покажем, что в последнем случае система уравнений (10) несовместна. Для этого достаточно рассмотреть лишь следующие 8 уравнений системы (10): I — xy -компонента; III — xx, yy, zz ; V — x, y ; VII — x, y . С учетом соотношений (11), (13) при $b_z = 0$; $b_x, b_y \neq 0$ имеем

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \frac{\eta}{\nu} \beta_5 + \beta_5 - \beta_1 + \beta_3 \left[(A - A_{zz}) \frac{\eta\beta_5}{\nu\beta_1 A} + \frac{\beta_5^2}{\beta_1^2 A^2} (\chi_{yy} - \chi_{zz}) (\chi_{zz} - \chi_{xx}) \right] &= 0, \\ \text{II} \quad (\beta_2 \chi - \tau + 2\gamma \chi_{xx}) A_{xx} + \beta_1 A \chi_{xx} &= \frac{2\mu\beta_5}{\beta_1 A} b_y^2 (\chi_{zz} - \chi_{xx}), \\ \text{III} \quad (\beta_2 \chi - \tau + 2\gamma \chi_{yy}) A_{yy} + \beta_1 A \chi_{yy} &= \frac{2\mu\beta_5}{\beta_1 A} b_x^2 (\chi_{zz} - \chi_{yy}), \\ \text{IV} \quad (\beta_2 \chi - \tau + 2\gamma \chi_{zz}) A_{zz} + \beta_1 A \chi_{zz} &= \frac{2\mu\beta_5}{\beta_1 A} [b_x^2 (\chi_{yy} - \chi_{zz}) - b_y^2 (\chi_{zz} - \chi_{xx})], \\ \text{V} \quad \beta_2 \chi - \tau + \beta_4 (\chi_{yy} + \chi_{zz}) + \frac{\beta_3 \beta_5}{\beta_1 A} (A_{zz} - A_{yy}) (\chi_{yy} - \chi_{zz}) &= \frac{\eta\beta_3 \beta_5^2}{\nu\beta_1^2 A^2} b_y^2 (\chi_{zz} - \chi_{xx}), \\ \text{VI} \quad \beta_2 \chi - \tau + \beta_4 (\chi_{xx} + \chi_{zz}) + \frac{\beta_3 \beta_5}{\beta_1 A} (A_{zz} - A_{yy}) (\chi_{yy} - \chi_{zz}) &= \frac{\eta\beta_3 \beta_5^2}{\nu\beta_1^2 A^2} b_x^2 (\chi_{zz} - \chi_{yy}), \\ \text{VII} \quad \beta_1 A - \frac{\nu\beta_5}{\beta_1 A} (\chi_{yy} - \chi_{zz})^2 + \eta (A_{xx} - A) + \frac{\eta^2 \beta_5}{\nu\beta_1 A} b_y^2 &= 0, \\ \text{VIII} \quad \beta_1 A - \frac{\nu\beta_5}{\beta_1 A} (\chi_{xx} - \chi_{zz})^2 + \eta (A_{yy} - A) + \frac{\eta^2 \beta_5}{\nu\beta_1 A} b_x^2 &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Складывая уравнения II, III, IV системы (15), получим

$$(\beta_2 \chi - \tau + \beta_1 \chi) A + 2\gamma (\chi_{xx} A_{xx} + \chi_{yy} A_{yy} + \chi_{zz} A_{zz}) = 0. \quad (16)$$

С помощью V, VI (15) исключим b_x, b_y из IV (15) и с учетом (16) приводим IV (15) к виду

$$\frac{A_{zz}}{A} \frac{\beta_3 \beta_5}{\beta_1} \left\{ \chi - 3\chi_{zz} + \frac{\eta}{2\mu\nu} (\beta_2 \chi - \tau + 2\gamma \chi_{zz}) \right\} + 2(\beta_2 \chi - \tau) +$$

$$+ \beta_4 (\chi + \chi_{zz}) + \frac{\beta_2 \beta_5}{2\beta_1 \gamma} (\beta_2 \chi - \tau + \beta_1 \chi + 2\gamma \chi_{zz}) + \frac{\beta_3 \beta_5}{2\mu\nu} \chi_{zz} = 0. \quad (17)$$

Исключим теперь b_x, b_y из уравнения IV (15) с помощью VII, VIII (15). Используя (16) и I (15), получаем

$$\begin{aligned} -\eta \frac{A_{zz}}{A} \left\{ \chi - 3\chi_{zz} + \frac{\eta}{2\mu\nu} (\beta_2 \chi - \tau + 2\gamma \chi_{zz}) \right\} + \beta_1 (3\chi_{zz} - \chi) + \\ + \eta (2\chi - 5\chi_{zz}) + \frac{\beta_1}{\beta_3 \beta_5} (\eta \beta_5 + \nu \beta_5 - \nu \beta_4) (\chi - 3\chi_{zz}) + \\ + \frac{\eta}{2\gamma} (\beta_2 \chi - \tau + \beta_1 \chi) - \frac{\beta_1 \eta^2}{2\mu\nu} \chi_{zz} = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, имеем три уравнения (14), (17), (18) для трех неизвестных $\chi, \chi_{zz}, A_{zz}/A$. Эта система имеет, как нетрудно убедиться, единственное решение. Оказывается, однако, что отношение A_{zz}/A можно найти независимым образом. Действительно, исключим с помощью (15.VII, VIII) b_x и b_y из (15.V, VI) и найдем разность полученных уравнений

$$(\chi_{vv} - \chi_{xx}) \left\{ \beta_1 - \eta + \frac{\beta_1 \eta \beta_4}{\beta_3 \beta_5} - \frac{\nu \beta_5}{\beta_1 A} (\chi_{zz} - \chi_{vv}) (\chi_{zz} - \chi_{xx}) \right\} = 0,$$

откуда, так как $\chi_{xx} \neq \chi_{vv}$ (иначе можно было считать $b_y = 0$), используя I (15) легко находим

$$\frac{A_{zz}}{A} = -\frac{\beta_1}{\eta \beta_3 \beta_5} \{ (\beta_4 - \beta_5) (\beta_4 - \beta_5) + \beta_3 \beta_5 \},$$

что противоречит системе уравнений (14), (17), (18).

Пусть теперь $b_x = b_y = 0, b_z \neq 0$. Тогда zz -компоненты уравнений I, II (10) имеют вид

$$\begin{aligned} (\beta_2 \chi - \tau) \chi_{zz} + \beta_1 A A_{zz} + \beta_3 A_{zz}^2 + (\beta_4 + \beta_5) \chi_{zz} = 0, \\ (\beta_2 \chi - \tau) A_{zz} + \beta_1 A \chi_{zz} + 2\gamma \chi_{zz} A_{zz} = 0. \end{aligned}$$

Складывая и вычитая эти уравнения, получим

$$(\chi_{zz} \pm A_{zz}) \{ \beta_2 \chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5) \chi_{zz} \pm (\beta_1 A + \beta_3 A_{zz}) \}, \quad (19)$$

откуда имеем три случая:

$$\begin{aligned} 1) \chi_{zz} = A_{zz} = 0, \\ 2) \beta_2 \chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5) \chi_{zz} = 0, \quad \beta_1 A + \beta_3 A_{zz} = 0, \\ 3) A_{zz} = \chi_{zz}, \quad \beta_2 \chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5) \chi_{zz} + \beta_1 A + \beta_3 A_{zz} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

(заметим здесь, что случай $A_{zz} = -\chi_{zz}$, отличается от 3) лишь заменой $\psi \rightarrow i\psi$). При $b_z \neq 0$ xy -компонента уравнения IV (10) и z -компоненты уравнений V, VII (10) сводятся к следующим соотношениям:

$$\frac{\beta_5}{\beta_1 A} \{ \beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{zz}) \} (\chi_{xx} - \chi_{yy}) = \mu (A_{xx} - A_{yy}),$$

$$\beta_2 \chi - \tau + \beta_4 (\chi - \chi_{zz}) = \frac{\beta_3 \beta_5}{\beta_1 A} (A_{xx} - A_{yy}) (\chi_{xx} - \chi_{yy}),$$

$$\beta_1 A - \eta (A - A_{zz}) = \frac{\nu \beta_5}{\beta_1 A} (\chi_{xx} - \chi_{yy})^2.$$

Исключая отсюда $A_{xx} - A_{yy}$ и $\chi_{xx} - \chi_{yy}$, найдем

$$\beta_2 \chi - \tau + \beta_4 (\chi - \chi_{zz}) = \frac{\beta_3 \beta_5}{\mu \nu} \{ \beta_2 \chi - \tau + \gamma (\chi - \chi_{zz}) \} \left\{ 1 - \frac{\eta}{\beta_1} \left(1 - \frac{A_{zz}}{A} \right) \right\} = 0. \quad (21)$$

В случае 1) соотношений (20) из уравнения (21) получаем

$$\frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + \frac{\beta_1 \{ \beta_4 (\beta_3 + \beta_4 + \beta_5) + 2\beta_3\beta_5 \} + \beta_3\beta_5 (\beta_3 + \beta_4 + \beta_5)}{\beta_1 (\beta_3 + \beta_4 + \beta_5) + 2\beta_3\beta_5},$$

что соответствует решению, найденному Джонсом [8]. Следуя [7], будем называть это решение η -фазой.

В случае 2) (20), исключая из (21) χ_{zz} и A_{zz}/A , с помощью (20) 2) найдем

$$\frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + \left\{ \beta_4 - \frac{\beta_3\beta_5}{\mu\nu} \gamma \left(1 - \frac{\eta}{\beta_1} - \frac{\eta}{\beta_3} \right) \right\} \cdot \left\{ 1 + \frac{\beta_4}{\beta_4 + \beta_5} - \frac{\beta_3\beta_5}{\mu\nu} \left(1 + \frac{\gamma}{\beta_4 + \beta_5} \right) \left(1 - \frac{\eta}{\beta_1} - \frac{\eta}{\beta_3} \right) \right\}^{-1}. \quad (*)$$

Здесь и ниже значком (*) мы будем отмечать значения χ , не удовлетворяющие сформулированному выше критерию отбора.

Случай 3) (20) проще всего рассмотреть следующим образом. Введем действительные спиновые векторы l_i и m_i , такие, что

$$\{\psi_{i\alpha}\} = \psi_i = l_i + im_i.$$

Тогда

$$\chi_{zz} = l_z^2 + m_z^2, \quad A_{zz} = l_z^2 - m_z^2$$

и из условия $\chi_{zz} = A_{zz}$ имеем $m_z = 0$. Остальные условия приводят к следующим соотношениям

$$\begin{aligned} B_{xx} = 2l_x m_x = 0, \quad B_{yy} = 2l_y m_y = 0, \\ B_{yz} = l_z m_y = 0, \quad B_{zx} = l_z m_x = 0, \quad A_{xz} = l_x l_z = 0, \quad A_{yz} = l_y l_z = 0, \\ \chi_{xy} = l_x l_y + m_x m_y = 0, \quad A_{xy} = l_x l_y - m_x m_y = 0, \end{aligned}$$

откуда следует, что $l_x \perp l_z \perp l_y$ и $m_x \parallel l_y, m_y \parallel l_x$. В результате матрицу $\psi_{i\alpha}$ можно представить в виде

$$\chi^{1/2} \begin{pmatrix} \sin \omega \sin \alpha \sin \rho & -i \sin \omega \cos \alpha \sin \zeta & 0 \\ i \sin \omega \cos \alpha \cos \zeta & \sin \omega \sin \alpha \cos \rho & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Зависящая от углов $\omega, \alpha, \rho, \zeta$ часть энергии (1) равна

$$\begin{aligned} \beta_1 (\cos^2 \omega - \sin^2 \omega \cos 2\alpha)^2 + \frac{\beta_4}{2} \sin^4 \omega \sin^2 2\alpha + 2\gamma \cos^4 \omega + \\ + \gamma \sin^4 \omega (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha \cos^2 2\rho + \cos^4 \alpha \cos^2 2\zeta) + \\ + \frac{\eta}{2} \sin^4 \omega \sin^2 2\alpha \sin 2\rho \sin 2\zeta + \frac{\beta_5 - \beta_3}{2} \sin^4 \omega \sin^2 2\alpha \cos 2\rho \cos 2\zeta. \quad (23) \end{aligned}$$

Экстремумам выражения (23) по углам ρ, ζ соответствуют либо $\sin 2\rho = \sin 2\zeta = 0$ и тогда при $b_z \neq 0$ получаем аксиально-планарную фазу [7], либо $\cos 2\rho = \cos 2\zeta = 0$ и тогда получаем ζ -фазу [7]²⁾, либо, наконец,

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{\gamma} \operatorname{ctg}^2 \alpha \frac{\sin 2\zeta}{\sin 2\rho} + \frac{\beta_5 - \beta_3}{\gamma} \operatorname{ctg}^2 \alpha \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\rho} = 1, \\ \frac{\eta}{\gamma} \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\sin 2\rho}{\sin 2\zeta} + \frac{\beta_5 - \beta_3}{\gamma} \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\cos 2\rho}{\cos 2\zeta} = 1, \end{aligned}$$

²⁾ Отметим, что в формуле (57) [7] следует заменить $\cos^2 \varphi \rightarrow \cos 2\varphi$.

откуда находим

$$\cos 2\rho = \pm \left(\frac{\operatorname{ctg}^4 \alpha - x^2}{y^2 - x^2} \right)^{1/2}, \quad \cos 2\zeta = \pm y \left(\frac{1 - x^2 \operatorname{tg}^4 \alpha}{y^2 - x^2} \right)^{1/2},$$

$$x = (2\rho)^{-1} \{1 + p^2 - s^2 \pm [(1 + p^2 - s^2)^2 - 4p^2]^{1/2}\}, \quad y = s^{-1}(px - 1),$$

$$p = \eta/\gamma, \quad s = (\beta_5 - \beta_3)/\gamma.$$

При таких значениях углов ρ , ζ выражение (23) равно

$$\beta_1 (\cos^2 \omega - \sin^2 \omega \cos 2\alpha)^2 + \frac{\beta_4}{2} \sin^4 \omega \sin^2 2\alpha +$$

$$+ 2\gamma \cos^4 \omega + \sin^4 \omega \left(\frac{1 + \cos^2 2\alpha}{4} C \pm \frac{\cos 2\alpha}{2} D \right), \quad (24)$$

где

$$C = 2\beta_4 + 4\beta_3\beta_5/\gamma, \quad D = 4\{\beta_3\beta_5[\beta_4^2 - (\beta_3 - \beta_5)^2]\}^{1/2}/\gamma.$$

Экстремуму выражения (24) по углу α соответствует

$$\cos 2\alpha = (4\beta_1 \operatorname{ctg}^2 \omega \pm D) / (2\beta_4 - 4\beta_1 - C). \quad (25)$$

Наконец, варьируя по ω , имеем три решения: 1) $\cos \omega = 0 \rightarrow \eta$ -фаза [8] и 2), 3)

$$\cos 2\omega = -2(2\beta_1\gamma + \beta_3\beta_5) \{\beta_1(C + 4\gamma \pm D) + 6\beta_3\beta_5\}^{-1}. \quad (26)$$

Величина χ при этом определяется выражением

$$\frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + \frac{\beta_1^2 \gamma (\beta_4^2 - 4\beta_4\gamma - 4\beta_3\beta_5) + \beta_1\beta_3\beta_5(8\gamma^2 + 6\beta_4\gamma + 12\beta_3\beta_5) + 8\beta_3^2\beta_5^2\gamma}{2(\beta_1\gamma + \beta_3\beta_5) \{\beta_1(2\beta_4\gamma + 4\beta_3\beta_5 \pm \gamma D) + 6\gamma\beta_3\beta_5\}}. \quad (27)$$

Найденные решения (27) отличаются друг от друга лишь количественно, обозначим их Θ^+ - и Θ^- -фазами.

При $b_z = 0$ из условия $\chi_{ik} = A_{ik} = 0$ ($i \neq k$), $B_{ik} = 0$ и $b_i = 0$ следует, что все спиновые векторы \mathbf{l}_i и \mathbf{m}_i взаимно перпендикулярны, поэтому их может быть не более трех. В результате возможны три вида матрицы ψ_{ia}

$$\begin{pmatrix} \sin \theta \sin \varphi & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \sin \theta \sin \varphi & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & i \cos \theta \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \theta \\ 0 & \sin \theta \sin \varphi & i \sin \theta \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

В первом случае находим полярную, планарную и B -фазу; во втором — новую i -фазу

$$\varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \operatorname{tg}^2 \theta = 2 \frac{\beta_1 + \gamma}{2\beta_1 + \gamma}, \quad \frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + \gamma \frac{3\beta_1 + 2\gamma}{4\beta_1 + 3\gamma}. \quad (29)$$

Наконец, в последнем случае — δ -фазу [6].

Пусть теперь $A = 0$. Из уравнения II (10) получаем

$$(\chi_{xx} - \chi_{yy}) b_z = (\chi_{yy} - \chi_{zz}) b_x = (\chi_{xx} - \chi_{zz}) b_y = 0,$$

поэтому либо $b_z \neq 0$, $b_x = b_y = 0$ и $\chi_{xx} = \chi_{yy}$; либо $\mathbf{b} = 0$. В первом случае из z -компонент уравнений VI, VII (10) следует $B_{zz} = A_{zz} = 0$, поэтому (так как $B = A = 0$) $B_{xx} = -B_{yy}$ и $A_{xx} = -A_{yy}$. Воспользовавшись свободой поворота вокруг оси z ($\chi_{xx} = \chi_{yy}$), положим $B_{xy} = 0$, тогда из xy -компоненты уравнения IV (10) следует $A_{xx} = A_{yy}$, а так как $A_{xx} = -A_{yy}$, то $A_{xx} = A_{yy} = 0$. Складывая и вычитая уравнения III_{xy} и IV_{xx}, III_{xz} и IV_{yz}, III_{yz} и IV_{xz}, VI_x и

VII_y, VI_y и VII_z системы (10), получим :

$$(\beta_2\chi - \tau + 2\gamma\chi_{xx} \pm 2\mu b_z)(A_{xy} \pm B_{xx}) = 0, \quad (30)$$

$$(|A_{xz} \pm B_{yz}| + |A_{yz} \mp B_{xz}|)(|\beta_2\chi - \tau + \gamma(\chi_{xx} + \chi_{zz}) \mp \mu b_z| + |\nu(\chi_{zz} - \chi_{xx}) \pm \eta b_z|) = 0.$$

Отсюда имеем ($b_z \neq 0$) 4 случая:

- 1) $A_{xy} = B_{xx} = A_{xz} = A_{yz} = B_{xz} = B_{yz} = 0$,
- 2) $A_{xy} = B_{xx} = 0$, $A_{xz} = B_{yz} \neq 0$, $A_{yz} = -B_{xz} \neq 0$,
- 3) $A_{xy} = B_{xx} \neq 0$, $A_{yz} = B_{xz} = A_{xz} = B_{yz} = 0$,
- 4) $A_{xy} = B_{yz} \neq 0$, $A_{xz} = B_{yz} \neq 0$, $A_{yz} = -B_{xz} \neq 0$.

В последнем случае система (30) сводится к трем несовместимым с условием $b_z \neq 0$ уравнениям

$$\begin{aligned} \beta_2\chi - \tau + 2\gamma\chi_{xx} + 2\mu b_z &= 0, \\ \beta_2\chi - \tau + \gamma(\chi_{xx} + \chi_{zz}) - \mu b_z &= 0, \quad \nu(\chi_{zz} - \chi_{xx}) + \eta b_z = 0. \end{aligned}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим

$$\gamma(\chi_{xx} - \chi_{zz}) + 3\mu b_z = 0,$$

что вместе с третьим уравнением дает $b_z = 0$.

В случае 1) $A_{ik} = B_{ik} = 0$ из уравнений I_{zz} и V_z (10) ($\beta_2\chi - \tau + \beta_4 + \beta_5$) $\cdot \chi_{zz} = 0$, $\beta_2\chi - \tau + \beta_4(\chi - \chi_{zz}) = 0$ легко находим два решения: γ -фазу (при $\chi_{zz} = 0$) и

$$\tau/\chi = \beta_2 + \beta_4(\beta_4 + \beta_5)/(2\beta_4 + \beta_5). \quad (*)$$

В случае 2) $A_{xy} = B_{xx} = 0$, $A_{xz} = B_{yz}$, $A_{yz} = -B_{xz}$. Пользуясь свободой поворота вокруг оси z , положим $A_{yz} = 0$. Выпишем уравнения I_{xx} , IV_{yz} , V_z , VII_x (10)

$$\begin{aligned} \text{I } (\beta_2\chi - \tau)\chi_{xx} + \beta_3 B_{yz}^2 + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{xx}^2 + (\beta_4 - \beta_5)b_z^2 &= 0, \\ \text{II } \beta_2\chi - \tau + \gamma(\chi_{xx} + \chi_{zz}) - \mu b_z &= 0, \\ \text{III } (\beta_2\chi - \tau + 2\beta_4\chi_{xx})b_z - \beta_3 B_{yz}^2 &= 0, \\ \text{IV } \nu(\chi_{zz} - \chi_{yy}) + \eta b_z &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Складывая уравнения I и II системы (31), получим

$$(\chi_{xx} + b_z)\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{xx} + (\beta_4 - \beta_5)b_z\} = 0, \quad (32)$$

после чего легко находим два решения системы (31)

$$1) \frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + (\beta_4^2 + \beta_4\beta_5 - \beta_5^2)/(2\beta_4 + \beta_5 - 2\beta_3), \quad (33)$$

$$2) \tau/\chi = \beta_2 + (\eta\gamma^2 + 3\eta\gamma\nu + 3\mu\nu\gamma + \nu^2\mu)/2(\eta\gamma + 3\mu\nu + 2\eta\nu), \quad (*)$$

В случае 3) $A_{yz} = B_{xz} = A_{xz} = B_{yz} = 0$, $A_{xy} = B_{xx} \neq 0$ и

$$\beta_2\chi - \tau + 2\gamma\chi_{xx} + 2\mu b_z = 0 \quad (34a)$$

(см. 30), неиспользованные уравнения системы (10) сводятся к следующим (I_{xx} , I_{zz} , V_{zz}):

$$\begin{aligned} (\beta_2\chi - \tau)\chi_{xx} + 2\beta_3 B_{xx}^2 + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{xx}^2 + (\beta_4 - \beta_5)b_z^2 &= 0, \\ \chi_{zz}\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{zz}\} &= 0, \\ \{\beta_2\chi - \tau + \beta_4(\chi - \chi_{zz})\}b_z + 2\beta_3 B_{xx}^2 &= 0. \end{aligned} \quad (34б)$$

Вычитая из первого уравнения последнее, получим

$$(\chi_{xx} - b_z)[\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{xx} + (\beta_5 - \beta_4)b_z] = 0.$$

В соответствии с этим уравнением и вторым уравнением системы (34б)

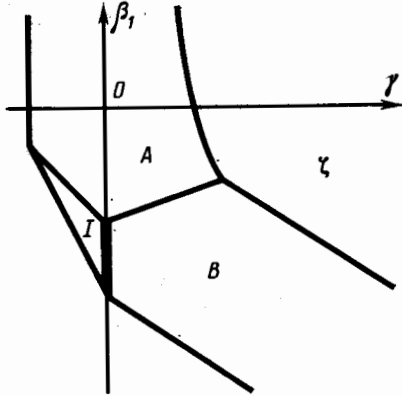
легко находим четыре решения системы (34):

- 1) A -фазу,
- 2) ε -фазу [7],

$$3) \tau/\chi = \beta_2 + (\beta_4^2 + \beta_4\beta_5 - \beta_5^2)/(2\beta_4 + \beta_5 - 2\beta_5), \quad (35)$$

$$4) \frac{\tau}{\chi} = \beta_2 + \frac{(\beta_4 + \beta_5)(\beta_5\beta_4 + \beta_4^2 - \beta_5^2)}{2\beta_5\beta_4 - \beta_5\beta_5 + 3\beta_4^2 - 3\beta_5^2}. \quad (*)$$

Замечаем, что выражение (35) и найденное ранее (33) переходят друг в друга при замене $\beta_3 \rightleftharpoons \beta_5$. Согласно сформулированному выше правилу отбора эти решения могут быть решениями системы (2). Пользуясь ограничениями на свертки по спиновым индексам, в этих случаях можно установить вид матрицы ψ_{ia} . Так, для решения (33) имеем



$$\chi^{1/2} \begin{pmatrix} \sin \theta & -i \sin \theta & 0 \\ i \sin \theta & \sin \theta & 0 \\ \cos \theta & i \cos \theta & 0 \end{pmatrix}. \quad (36a)$$

Эта матрица действительно является решением системы (2) при

$$\operatorname{tg}^2 \theta = (\beta_4 + \beta_5 - \beta_5)/2(\beta_4 - \beta_5). \quad (36b)$$

Обозначим его κ -фазой, а решение, получаемое из него при замене $\beta_3 \rightleftharpoons \beta_5$ и перестановке спиновых и орбитальных индексов — λ -фазой.

Рассмотрим наконец последний случай $A=0$, $b=0$. Уравнения III, IV, VI, VII (10) можно записать тогда в виде следующих соотношений:

$$\begin{aligned} (|\beta_2\chi - \tau + \gamma(\chi_{xx} + \chi_{yy})| + |\chi_{xx} - \chi_{yy}|)(|A_{xy}| + |B_{xy}|) &= 0, \\ |\beta_2\chi - \tau + 2\gamma\chi_{xx}|(|A_{xx}| + |B_{xx}|) &= 0, \end{aligned} \quad (37)$$

остальные получаются отсюда при циклической перестановке $x \rightarrow y \rightarrow z$. При $A=0$ имеются три случая

- 1) $A_{ik} = B_{ik} = 0$,
- 2) $\chi_{xx} = \chi_{yy}$, $A_{zi} = B_{zi} = 0$, $\beta_2\chi - \tau + 2\gamma\chi_{xx} = 0$,
- 3) $\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz}$, $\tau\chi^{-1} = \beta_2 + 2\gamma/3$ — это α -фаза [7].

$$(38)$$

В случае 1) из уравнений I (10):

$$\begin{aligned} \chi_{xx}\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{xx}\} &= \\ = \chi_{yy}\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{yy}\} &= \chi_{zz}\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{zz}\} = 0 \end{aligned}$$

находим β -фазу [7] и два лишних решения:

$$\tau/\chi = \beta_2 + (\beta_4 + \beta_5)/2, \quad \tau/\chi = \beta_2 + (\beta_4 + \beta_5)/3. \quad (*)$$

В случае 2) из уравнения (38) и zz -компоненты I (10)

$$\chi_{zz}\{\beta_2\chi - \tau + (\beta_4 + \beta_5)\chi_{zz}\} = 0$$

находим биполярную фазу [6] и

$$\tau/\chi = \beta_2 + 2\gamma(\beta_4 + \beta_5)/(2\gamma + \beta_4 + \beta_5). \quad (*)$$

Нетрудно убедиться, что среди решений, помеченных (*), нет партнеров, переходящих друг в друга при замене $\beta_3 \rightleftharpoons \beta_5$.

Таким образом, имеются 18 экстремумов энергии (1). Отметим, что одно из пяти (Θ^+ , Θ^- , ι , κ , λ) новых решений — κ -фаза (см. (36 а, б) и (33)) при значениях $\beta_1=0,373$; $\beta_3=0,02$; $\beta_4=0,433$ и $\beta_5=0,677$, указанных Бартоном и Муром в конце статьи [7], обладает наименьшей энергией.

Величина τ/χ (33) при этом равна $\beta_2+0,3195$; у ближайшей по энергии ξ -фазы $\tau/\chi=\beta_2+0,3201$.

Поскольку нам известны теперь все решения уравнений равновесия (2), можно построить фазовую диаграмму в пространстве параметров $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. Удобно представлять фазовую диаграмму на плоскости (β_1, γ) при различных значениях параметров $\beta_2, \beta_4, \beta_3-\beta_5$. Приведем для примера диаграмму для случая возможности сосуществования A - и B -фаз (см. рисунок). В области ниже и слева члены четвертого по ψ порядка в энергии не составляют положительно определенной формы. Фаза I — полярная фаза; четвертая фаза на рисунке — фаза ξ [7].

Отметим, что в аналогичной задаче о фазах при p -спаривании в двумерном случае, когда у ψ -функции $\psi_{i\alpha}$ орбитальный индекс принимает только два значения (x, y) , а энергия имеет тот же вид (1), решения очевидным образом совпадают с теми трехмерными, у которых в матрице отсутствуют ненулевые компоненты в одной «орбитальной» строчке. Всего таких решений девять: планарная, полярная, биполярная, $A, \beta, \gamma, \delta, \eta$ и λ -фазы.

2. Для исследования устойчивости решений необходимо найти область положительной определенности добавки F_2 к энергии, квадратичной по произвольным малым отклонениям $\xi_{i\alpha}$ ψ -функции от решения

$$\begin{aligned}
 F_2 = & -\tau \xi_{i\alpha} \xi_{i\alpha}^* + \frac{\beta_1}{2} (\psi_{i\alpha} \psi_{i\alpha} \xi_{j\beta} \xi_{j\beta}^* + 4\psi_{i\alpha} \xi_{i\alpha} \psi_{j\beta} \xi_{j\beta}^* + \xi_{i\alpha} \xi_{i\alpha} \psi_{j\beta} \psi_{j\beta}^*) + \\
 & + \frac{\beta_2}{2} (2\psi_{i\alpha} \psi_{i\alpha} \xi_{j\beta} \xi_{j\beta}^* + \psi_{i\alpha} \xi_{i\alpha} \psi_{j\beta} \xi_{j\beta}^* + \xi_{i\alpha} \psi_{i\alpha} \xi_{j\beta} \psi_{j\beta}^* + 2\psi_{i\alpha} \xi_{i\alpha} \xi_{j\beta} \psi_{j\beta}^*) + \\
 & + \frac{\beta_3}{2} (2\psi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^* + \xi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^* + \psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \psi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^* + 2\psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^*) + \\
 & + \frac{\beta_4}{2} (2\psi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^* + 2\psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \psi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^* + \psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^* + \xi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \psi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^*) + \\
 & + \frac{\beta_5}{2} (\psi_{i\alpha} \psi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^* + \xi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \psi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^* + 2\psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \xi_{j\alpha} \psi_{j\beta}^* + 2\psi_{i\alpha} \xi_{i\beta} \psi_{j\alpha} \xi_{j\beta}^*).
 \end{aligned} \tag{39}$$

Здесь $\psi_{i\alpha}$ — решение уравнений (2). Например, для B -фазы

$$\psi_{i\alpha} = (\chi/3)^{1/2} \delta_{i\alpha}, \quad \chi = \tau(\beta_1 + \beta_2 + 2\gamma/3)^{-1/2}$$

представим отклонение $\xi_{i\alpha}$ в виде

$$\xi_{i\alpha} = \omega_{i\alpha} + i\epsilon_{i\alpha} + e_{i\alpha j}(\mu_j + iv_j),$$

где $\omega_{i\alpha}, \epsilon_{i\alpha}$ — симметричные действительные тензоры, μ_j, v_j — действительные векторы. Тогда квадратичная форма (39) равна

$$\frac{4}{3} \chi \left(\omega_{i\alpha} - \frac{\omega}{3} \delta_{i\alpha} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{\tau}{\chi} \omega^2 - 2\chi \beta_1 \left(\epsilon_{i\alpha} - \frac{\epsilon}{3} \delta_{i\alpha} \right)^2 + \frac{2}{3} (2\beta_4 - 2\gamma - 3\beta_5) v_i^2, \tag{40}$$

где $\omega = \omega_{ii}, \epsilon = \epsilon_{ii}$. Энергия (14) не зависит от следа тензора $\epsilon_{i\alpha}$ и от вектора μ_i , так как эти величины, очевидно, задают в B -фазе изменение ψ -функции при малом калибровочном преобразовании ($\infty \epsilon$) и малых поворотах ($\infty \mu_i$) спинного либо орбитального пространств. Условия устойчивости B -фазы, следующие из (40), совпадают с необходимыми условиями устойчивости, найденными Джонсом [8]. В A -фазе получим $\beta_3 < 0, \beta_3 + \beta_4 - \beta_5 < 0, \beta_1 + \beta_5 > 0, \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 > 0$.

В работе [8] сделано неверное утверждение, что решение, соответствующее α -фазе [7], неустойчиво. Точные условия устойчивости сводятся

к следующим неравенствам:

$$\beta_1 > 0, \gamma > 0, \gamma + 3\beta_2 > 0, \beta_4 > (\beta_3^2 + \beta_5^2 - \beta_3\beta_5)^{1/2}.$$

Отметим, что исследование устойчивости заметно упрощается, если исключить из произвольных отклонений ξ_{ia} , движения

$$\xi_{ia} = i\psi_{ia}\delta\varphi + \psi_{jia}e_{ijk}\delta\theta_k + \psi_{i\beta}e_{\alpha\beta\gamma}\delta\omega_\gamma,$$

сводящиеся к малым калибровочным преобразованиям и поворотам орбитального и спинового пространств.

Обратим внимание, наконец, на одно интересное обстоятельство. На полной фазовой диаграмме имеются два типа соседства между фазами. Во-первых, это линии (типа границы между A - и B -фазами), которые являются нормальными переходами первого рода и соответствуют обычной бикритической точке на (P, T) диаграмме. Во-вторых, — необычные линии типа границы между B -фазой и полярной фазой. Как это видно из (14), B -фаза теряет устойчивость на этой линии ($\gamma=0$). С другой стороны, нетрудно убедиться, что условия устойчивости полярной фазы есть $\beta_1 + \beta_2 + \gamma > 0$, $\beta_1 + \beta_5 < 0$, $\beta_1 + \beta_3 < 0$, $2\beta_1 + \gamma < 0$ и $\gamma < 0$, т. е. она также становится неустойчивой при $\gamma=0$. Поскольку матрицы, задающие оба решения, имеют вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

ясно, что рассматриваемый переход не может быть переходом второго рода. При $\gamma=0$ с энергией этих фаз сравниваются энергии планарной фазы, ζ -фазы [7] и решения, найденного Джонсом [8]. Все эти решения сводятся при $\gamma=0$ к вещественным диагональным матрицам. Легко тогда убедиться, что при $\gamma=0$ имеется вырожденное решение вида

$$\begin{pmatrix} \sin\theta \sin\varphi & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

с произвольными θ, φ . Ситуация таким образом полностью аналогична ориентационным переходам в магнетиках.

Автор благодарен Г. Е. Воловику за полезную критику первоначального варианта статьи.

Литература

1. Mermin N. D., Stare C. // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 1135.
2. Brinkman W. F., Anderson P. W. // Phys. Rev. A. 1973. V. 8. P. 2732.
3. Anderson P. W., Morel P. // Phys. Rev. 1961. V. 123. P. 1911.
4. Вдовин Ю. А. // Применение методов квантовой теории поля к задаче многих тел. М.: Госатомиздат, 1963. С. 94.
5. Balian R., Werthamer N. R. // Phys. Rev., 1963. V. 131. P. 1553.
6. Mermin N. D., Stare C. Preprint. Cornell University, 1974.
7. Barton G., Moore M. A. // J. Phys. 1974. V. 7. P. 4220.
8. Jones R. B. // J. Phys. C. 1977. V. 10. P. 657.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5.VI.1986;

после переработки
15.I.1987

ON THE THEORY OF PHASE TRANSITION OF He³ TO THE SUPERFLUID STATE

V. I. Marchenko

All extrema of the Landau energy in the phase transition of He³ to the superfluid state are found.