О двойниковании смектиков

В.И. Марченко

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва Россия

Показано, что в смектиках возможно механическое двойникование. Выяснена структура границы двойников при малой разориентации кристаллитов. Предложена периодическая двойниковая структура, которая должна возникать при растяжения слоя смектика.

PACS: 61.30,-v

Энергия малых деформаций смектика равна [1]

$$\mathcal{E} = \int \frac{A}{2}\left\{\left(\partial_z u - \frac{(\partial_\alpha u)^2}{2}\right)^2 + \lambda^2(\Delta_\perp u)^2\right\} dV, \quad (1)$$

где u – смещение слоев вдоль оси z (в исходном однородном недеформированном состоянии смектика слои лежат в плоскости xy), A – модуль упругости, λ – параметр длины, ∂_α – вектор градиента в плоскости xy, $\Delta_\perp = \partial_\alpha^2$. Из выражения (1) следует, что повернутое на малый угол $\theta \ll 1$ в плоскости (xz) недеформированное состояние (при этом $\partial_x u = \theta$) соответствует значению производной $\partial_z u = \theta^2/2$.

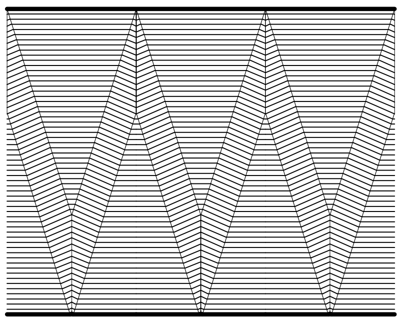
Рассмотрим границу лежащую в плоскости (yz) между состояниями $\partial_x u = \pm\theta$ ($x \to \pm\infty$). Внутри границы величина $\partial_z u$ остается неизменной. Вариационное уравнение равновесия в нашей задаче сводится к

$$\lambda^2 f''' + \frac{\theta^2}{2} f' - \frac{3}{2} f^2 f' = 0, \quad (2)$$

где $f = \partial_x u$. Выполняя интегрирование, найдем $f = \theta \cdot \mathrm{th}(\theta x/2\lambda)$. Энергия единицы площади этой границы равна

$$\sigma = \frac{2}{3} A\lambda\theta^3. \quad (3)$$

Двойниковая структура смектиков должна наблюдаться в условиях реализации неустойчивости Хелфриша при деформациях, заметно превосходящих критическое значение (см. задачу к §45 книги [1] – слой смектика толщины L ограниченный твердыми стенками, параллельными смектическим слоям, подвергнут растяжению вдоль оси z). При очень маленьких растяжениях $\delta L > \delta L_c = 2\pi\lambda$, т.е. когда δL порядка смектического периода, однородное состояние становится неустойчивым относительно возникновения периодической структуры в плоскости xy с волновым вектором $k_c = \sqrt{\pi/\lambda L}$. При значительно большей деформации $\delta L \gg \delta L_c$ должна реализоваться двойниковая структура, схематически представленная на рисунке.



Параметры такой структуры определяются из минимизации суммарной энергии двойниковых границ (на вертикальных границах $\theta = \varepsilon$, на границах треугольных областей $\theta = \varepsilon/2$). Из геометрических соображений следует, что угол при вершине треугольника равен ε, высота треугольников H связана с периодом структуры d соотношением $\mathrm{tg}(\varepsilon/2) = d/2H$, а величина δL связана с параметром ε соотношением $\delta L = (L - H)(\cos^{-1}\varepsilon - 1)$. Плотность энергии предлагаемой структуры равна

$$\frac{1}{Ld}\left\{2\frac{L-H}{\cos\varepsilon}\sigma(\varepsilon) + 4\frac{H}{\cos(\varepsilon/2)}\sigma(\varepsilon/2)\right\}. \quad (4)$$

С учетом указанных геометрических связей при заданном растяжении $\delta L/L$, энергия (4) является функцией одного параметра ε. При $\delta L \ll L$ угол ε будет малым. Тогда, используя результат (3), найдем, что минимуму энергии (4) соответствует значение $\varepsilon = \sqrt{6\delta L/L}$. При этом $H = 2L/3$ и $d = 2\sqrt{2L\delta L/3}$.

Благодарю Е.И. Каца за полезное обсуждение. Работа поддержана программой НШ 7018.2006.2.

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория упругости, Наука, Москва (1987)