

В.Н.Глазков  
«Физика низкоразмерных систем»

слайды к лекции 1

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ  
НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СИСТЕМ.

## Бозе-конденсация.

$$3D: \quad \frac{N}{V} = \frac{m^{3/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\mu)/T} - 1} = \frac{m^{3/2} T^{3/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{z} dz}{e^{z-\mu/T} - 1}$$

$$\mu=0 \quad \frac{N}{V} = \frac{m^{3/2} T_0^{3/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{z} dz}{e^z - 1}$$

$$T_0 = 3.31 \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

$$\left( \frac{N}{V} \right)_{\varepsilon=0} = \left( \frac{N}{V} \right) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \right]$$

$$2D: \quad \frac{N}{S} = \frac{m}{2 \pi \hbar^2} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\mu)/T} - 1} = \frac{mT}{2 \pi \hbar^2} \int_0^\infty \frac{dz}{e^{z-\mu/T} - 1}$$

логарифмическая расходимость интеграла при нулевом химпотенциале позволяет добиться выполнения равенства при произвольной температуре:

**Бозе-конденсации в двумерном случае нет**

**Кристаллы с линейным спектром возбуждений в задачах с пониженной пространственной размерностью.**

Теплоёмкость: 3D —  $T^3$ , 2D —  $T^2$ , 1D —  $T$ .

Тепловые флуктуации смещения в одномерном кристалле:

$$\langle u_x^2 \rangle = \sum_{\vec{k}} \langle |u_x^{(\vec{k})}|^2 \rangle \propto \frac{T}{A} \int \frac{dk_x}{k_x^2} \quad \text{расходится при } k=0$$

Нулевые колебания параметра порядка в антиферромагнетике (линейный спектр, аналогия отклонения параметра порядка с деформациями)

$$\Delta L \propto \int |\phi_k|^2 d^n k \propto \int \frac{1}{k} d^n k \quad \text{расходится в 1D}$$

Тепловые флуктуации параметра порядка

$$\Delta L \propto T \int \frac{d^n k}{k^2} \quad \text{расходится в 1D и 2D}$$

**Низкоразмерные кристаллы в реальном мире не существуют**

## Ферми-газ со слабым взаимодействием.

3D:

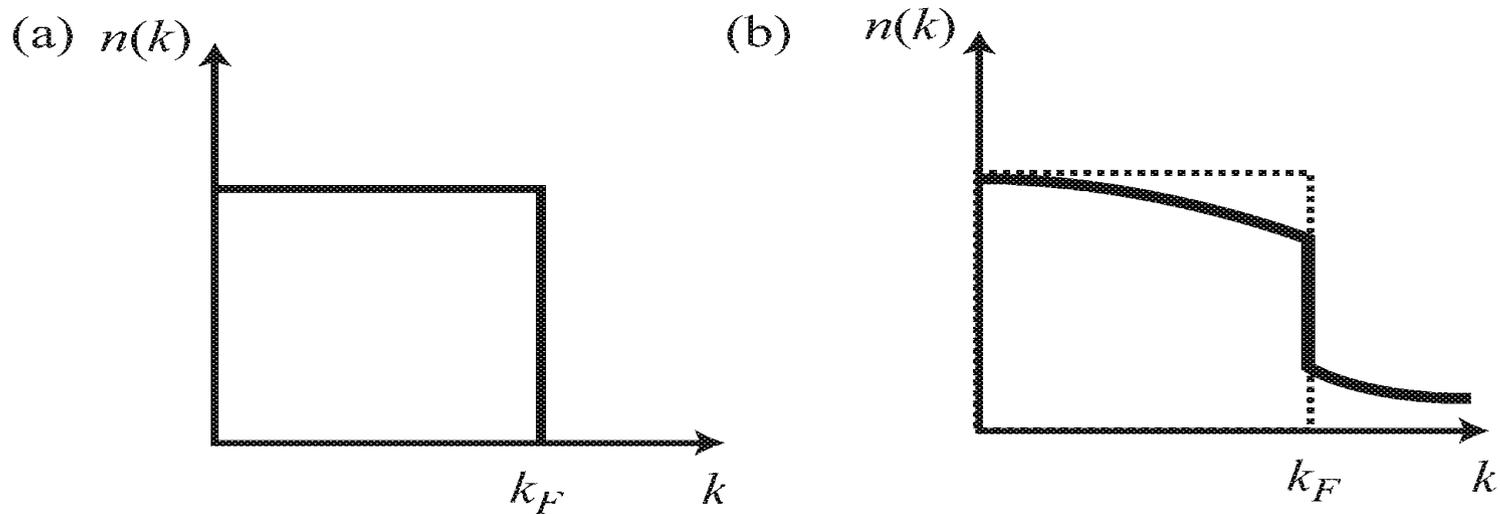


Рисунок 1: (а) Функция распределения по импульсам для идеального ферми-газа при  $T=0$ . (б) Схематическое изображение функции распределения по импульсам для ферми-жидкости при наличии взаимодействия. Из книги T.Giamarchi, Quantum Physics in One Dimension, 2003

1D:

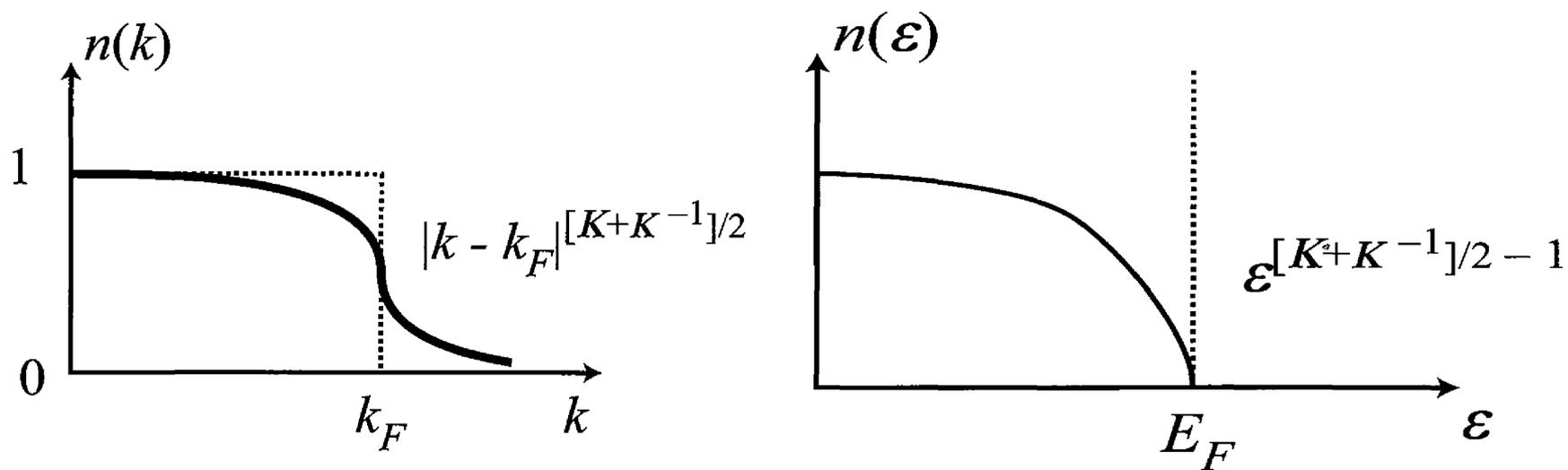


Рисунок 2: Функция распределения по импульсу (слева) и по энергии (справа) в одномерной системе взаимодействующих ферми-частиц. Из книги T.Giamarchi, Quantum Physics in One Dimension, 2003