



Майнор "Мир глазами физиков"

Весна 2019

Введение в квантовую физику

Лекция 4:

Что мы знаем про устройство атома.

Волны де Бройля и модель Бора.

Часть 1. От корпускулярных свойств света к волновым свойствам частиц

Корпускулярные свойства света



Корпускулярные свойства света

фотон:

$$E = h\nu = pc$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



Релятивистская механика

$$E = \sqrt{(m c^2)^2 + (p c)^2}$$

фотон:

$$E = h \nu = p c$$

$$p = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



Релятивистская механика

фотон:

$$E = h\nu = pc$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$$



Для ультрарелятивистской частицы

$$pc \gg mc^2$$

Релятивистская механика

фотон:

$$\underline{E = h\nu = pc}$$

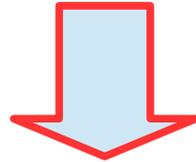
$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$$



Для ультрарелятивистской частицы

$$pc \gg mc^2$$



$$E \simeq pc$$

Гипотеза де Бройля

... всякой частице соответствует некоторая волна (волна де Бройля) с длиной волны



$$\lambda = \frac{h}{p}$$



1929

Порядки величины для длины волны де Бройля

В быту:

1 миллиграмм, 1 м/сек

$$\lambda = \frac{h}{mV} \approx \frac{6 \times 10^{-34}}{10^{-6}} \text{ м} \sim 10^{-27} \text{ м}$$



<https://zooclub.ru/attach/6982.jpg>

Порядки величины для длины волны де Бройля

В быту:

1 миллиграмм, 1 м/сек

$$\lambda = \frac{h}{mV} \approx \frac{6 \times 10^{-34}}{10^{-6}} \text{ м} \sim 10^{-27} \text{ м}$$



<https://zooclub.ru/attach/6982.jpg>

В микромире:

Электрон, разность потенциалов 100 В

$$\lambda = \frac{h}{mV} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \approx \frac{6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 10^{-30} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 100}} \text{ м} \sim 10^{-10} \text{ м}$$

Типичный атомный и межатомный размер

Часть 2. На пути в микромир: как измерить атом

Опыт Ленгмюра.



<https://www.youtube.com/watch?v=M0Hemmj1nTg>



Лангмюр, 1932 (химия)

Опыт Ленгмюра: результат



Знаем объём олеиновой кислоты V
Измеряем площадь пятна S

$$a^2 \approx \frac{S}{N} = \frac{S}{N_A \times (M/\mu)}$$
$$l \approx V / a^2$$

<https://www.youtube.com/watch?v=M0Hemmj1nTg>

Опыт Ленгмюра: результат



Знаем объём олеиновой кислоты V
Измеряем площадь пятна S

$$a^2 \approx \frac{S}{N} = \frac{S}{N_A \times (M/\mu)}$$
$$l \approx V / a^2$$

$C_{17}H_{33}COOH$, $\mu=280$ г/моль

разведение 1:100

$V \sim 0.05$ мл = 0.05 см³, $M \sim 0.04$ г

диаметр пятна ~ 20 см

<https://www.youtube.com/wat>

$$a^2 \approx \frac{400 \text{ см}^2}{6 \cdot 10^{23} \times 0.01 \times 0.04 / 280} = 5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$$

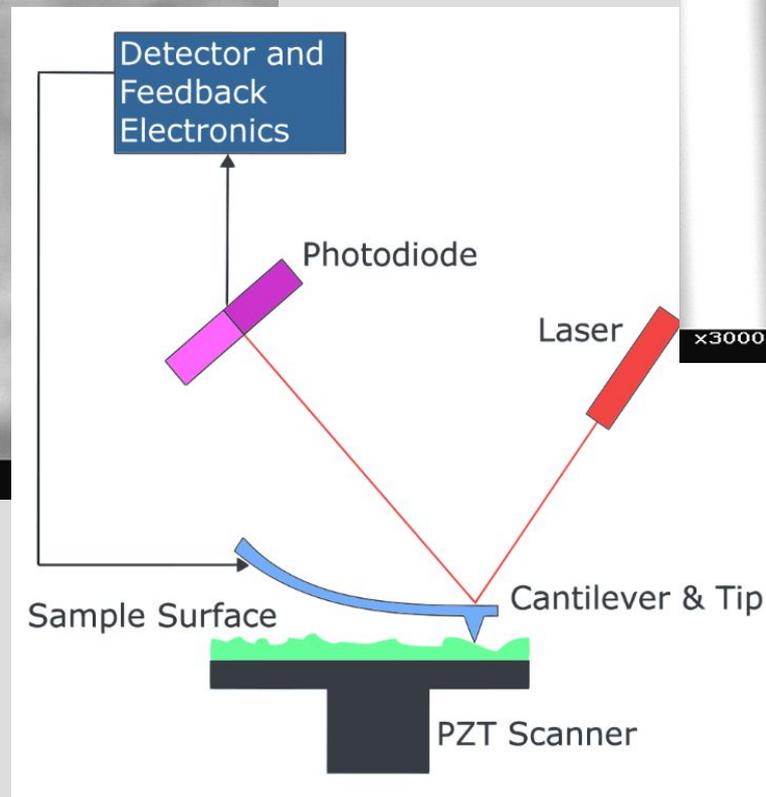
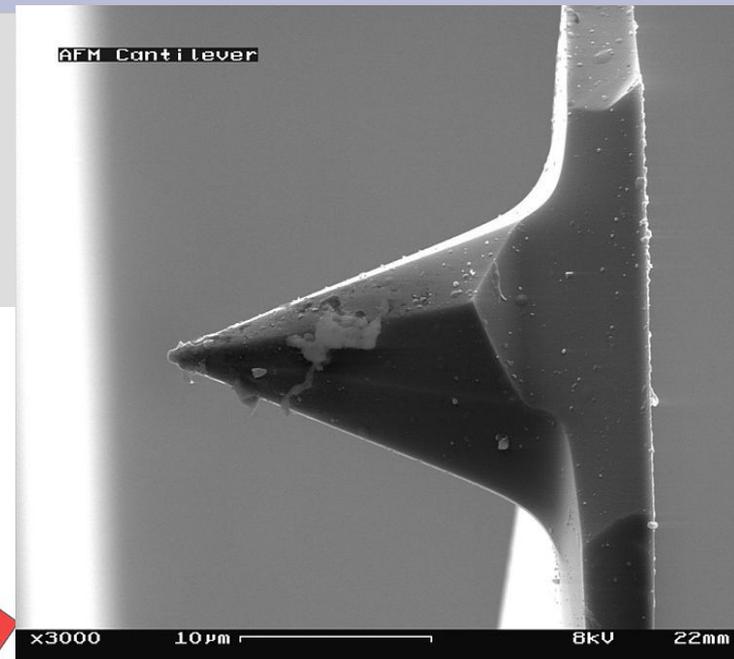
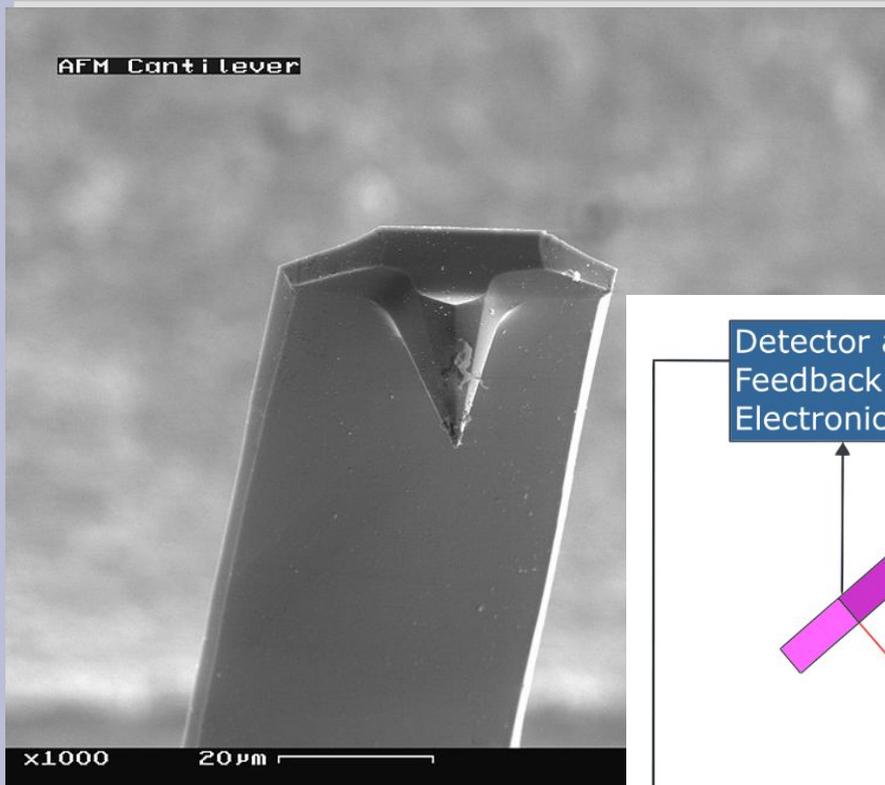
ангстремы!

Опыт Ленгмюра: результаты

TABLE 1
CROSS SECTIONS AND LENGTHS OF MOLECULES

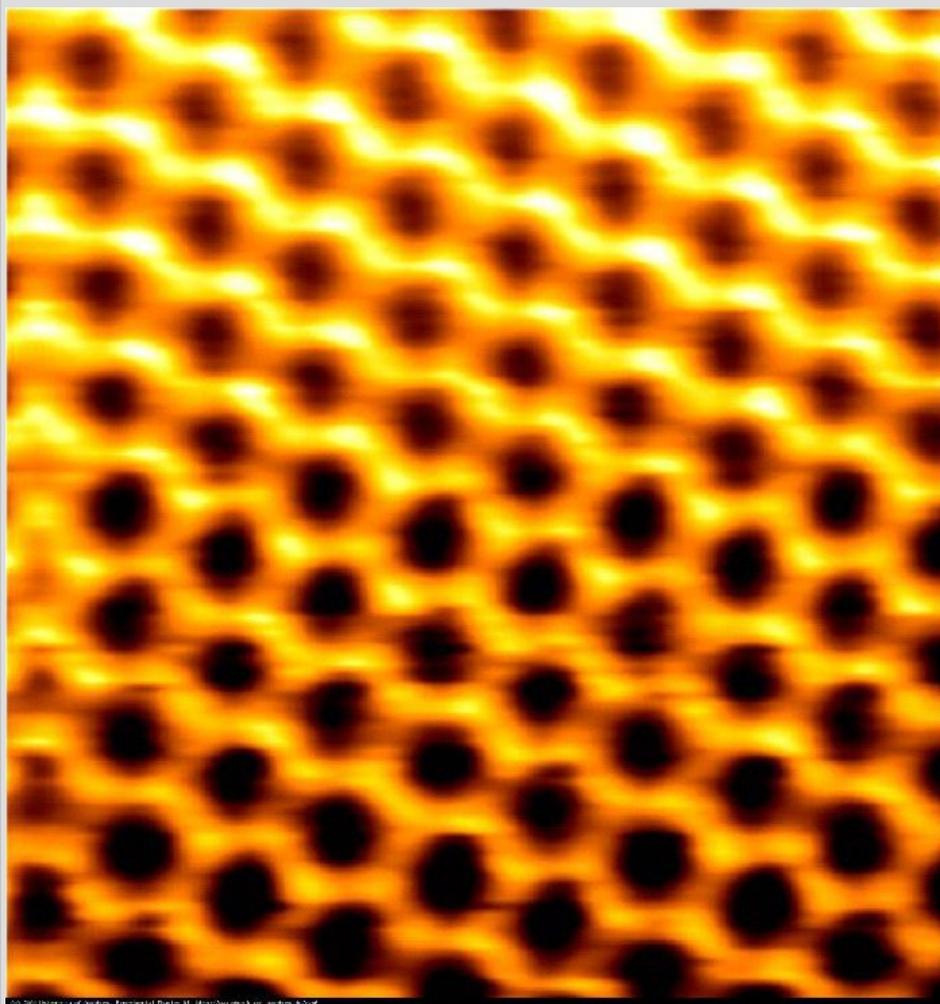
SUBSTANCE	<i>M</i>	CROSS SECTION	\sqrt{a}	LENGTH
		<i>a</i>	τ	τ
		<i>sq. cm.</i> $\times 10^{-16}$	<i>cm.</i> $\times 10^{-8}$	<i>cm.</i> $\times 10^{-8}$
Palmitic acid $C_{15}H_{31}COOH$	256	24	4.9	19.6
Stearic acid $C_{17}H_{35}COOH$	284	24	4.9	21.8
Cerotic acid $C_{25}H_{51}COOH$	396	25	5.0	29.0
Cetyl alcohol $C_{16}H_{33}OH$	242	21	4.6	21.9
Myricyl alcohol $C_{30}H_{61}OH$	536	29	5.4	35.2
Tristearin $(C_{18}H_{35}O_2)_3C_3H_5$	891	69	8.3	23.7
Cetyl palmitate $C_{15}H_{31}COOC_{16}H_{33}$	482	21	4.6	44.0
Oleic acid $C_{17}H_{33}COOH$	282	48	6.9	10.8
Triolein $(C_{18}H_{33}O_2)_3C_3H_5$	885	145	12.0	11.2
Trielaidin $(C_{18}H_{33}O_2)_3C_3H_5$	885	137	11.7	11.9
Ricinoleic acid $C_{17}H_{32}(OH)COOH$	297	90	9.5	5.8
Linoleic acid $C_{17}H_{31}COOH$	280	47	6.9	10.7
Linolenic acid $C_{17}H_{29}COOH$	278	66	8.1	7.6
Castor oil $(C_{17}H_{32}(OH)COO)_3C_3H_5$	929	280	16.8	5.7
Linseed oil $(C_{17}H_{31}COO)_3C_3H_5$	875	143	11.9	11.0

Как “увидеть” атом (молекулу)? Атомный силовой микроскоп



Результаты атомносиловой микроскопии

тоже ангстремы

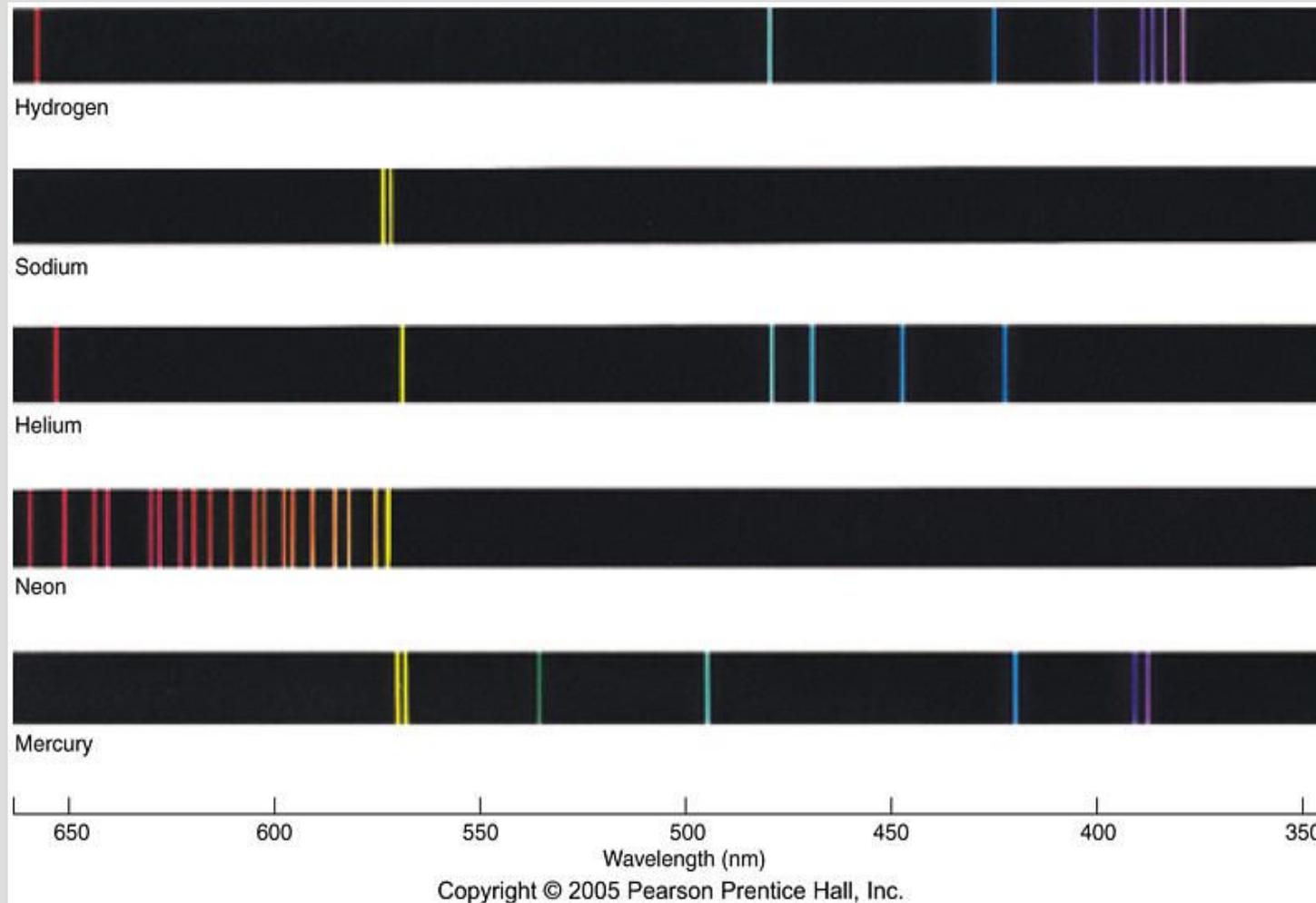


Изображение поверхности графита, полученное при помощи атомного силового микроскопа. Размер кадра $2 \times 2 \text{ нм}^2$. С сайта EP6, University of Augsburg, AFM images gallery, 2012, http://www.physik.uni-augsburg.de/exp6/imagegallery/afmimages/afmimages_e.shtml

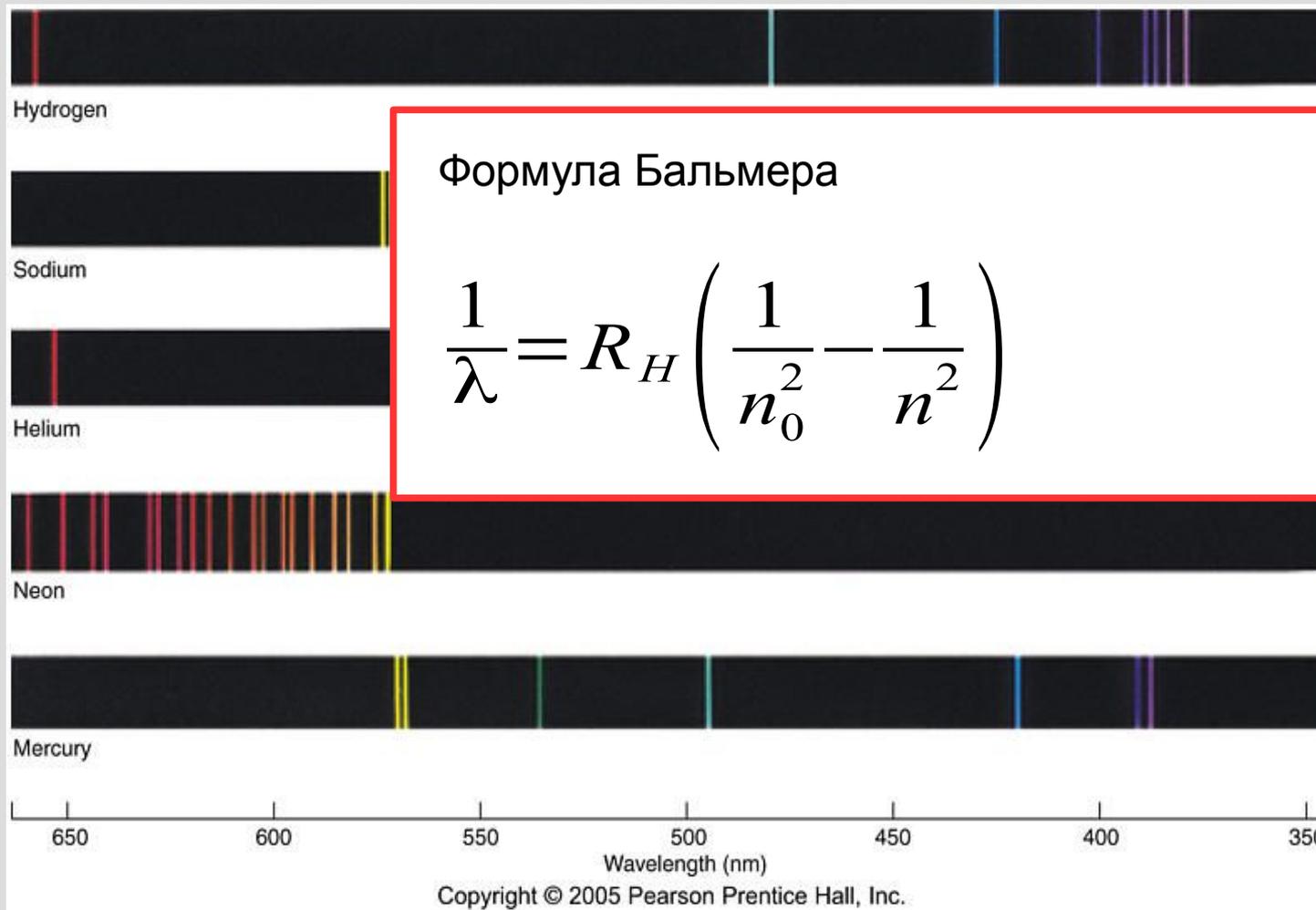


Изображение молекулы ДНК, полученное атомным силовым микроскопом. Размер области сканирования 530 нм. С сайта Intertech Corporation, AFM Images, 2012, www.intertech-corp.ru

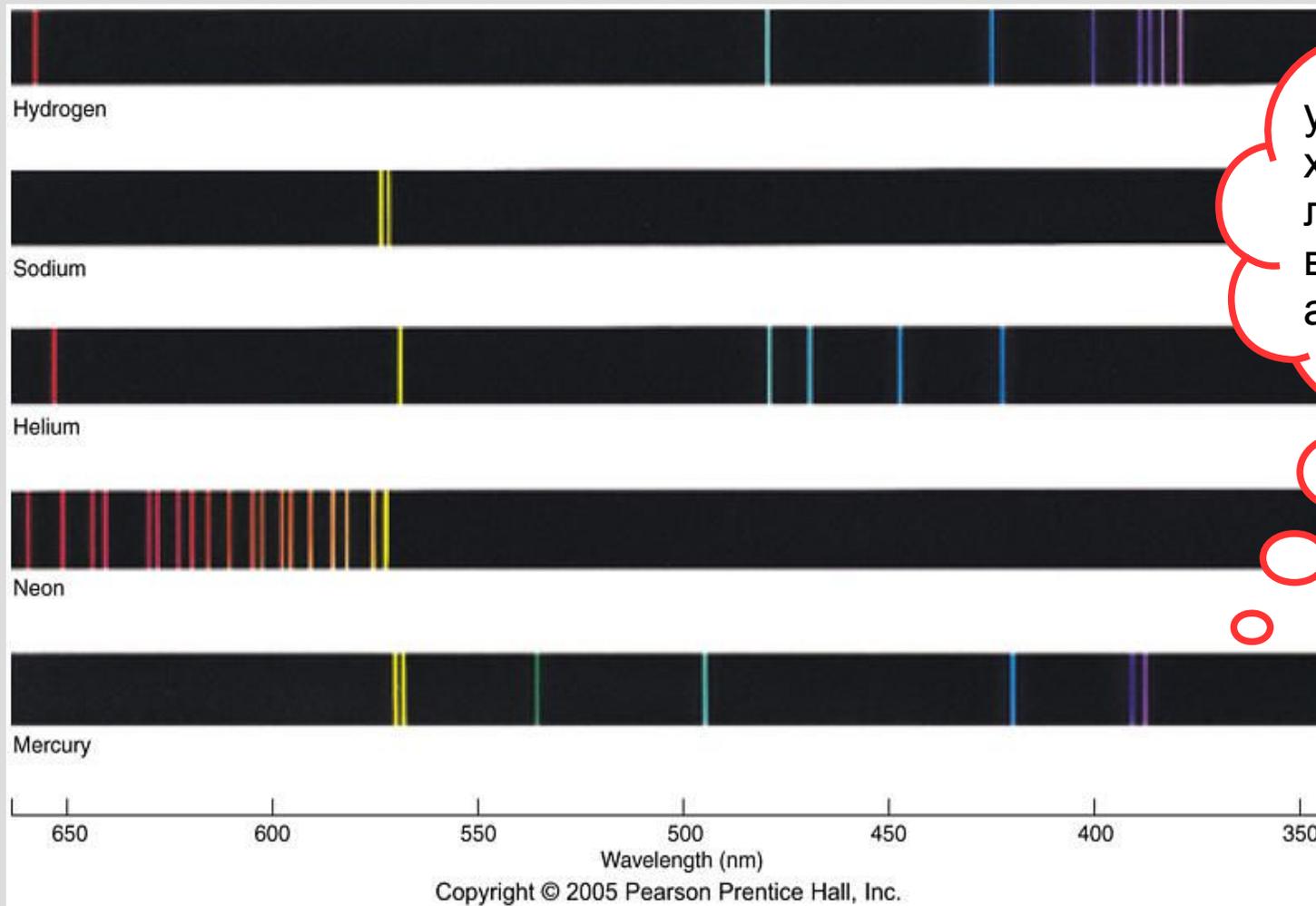
Масштабы энергии в атоме. Фраунгоферовы линии.



Масштабы энергии в атоме. Фраунгоферовы линии.



Масштабы энергии в атоме. Фраунгоферовы линии.



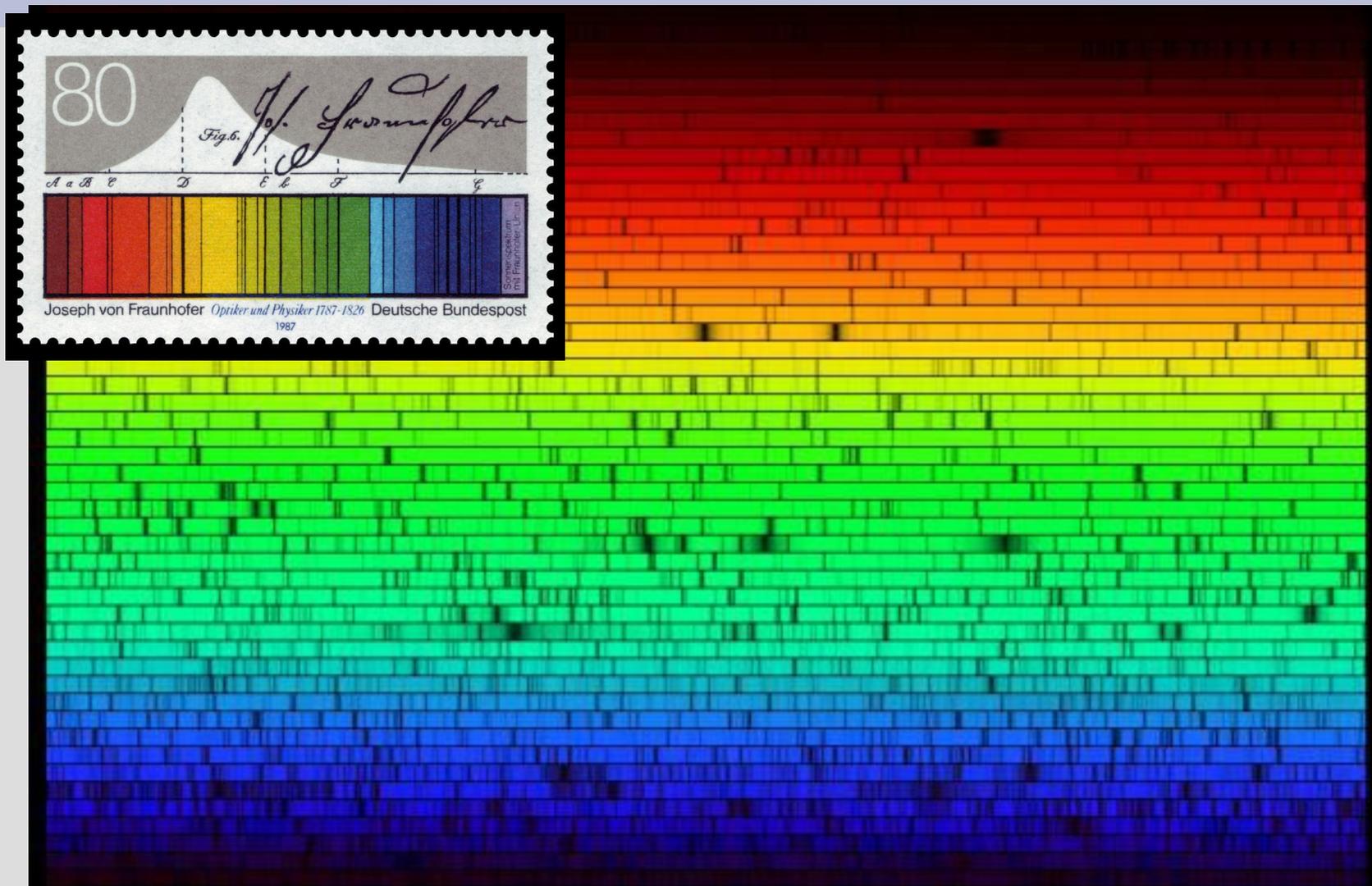
уникальные для
хим.элемента
линии –
возможность для
анализа

Фраунгофер,
Кирхгоф,
Бунзен...



Рамзай, 1904
(химия)

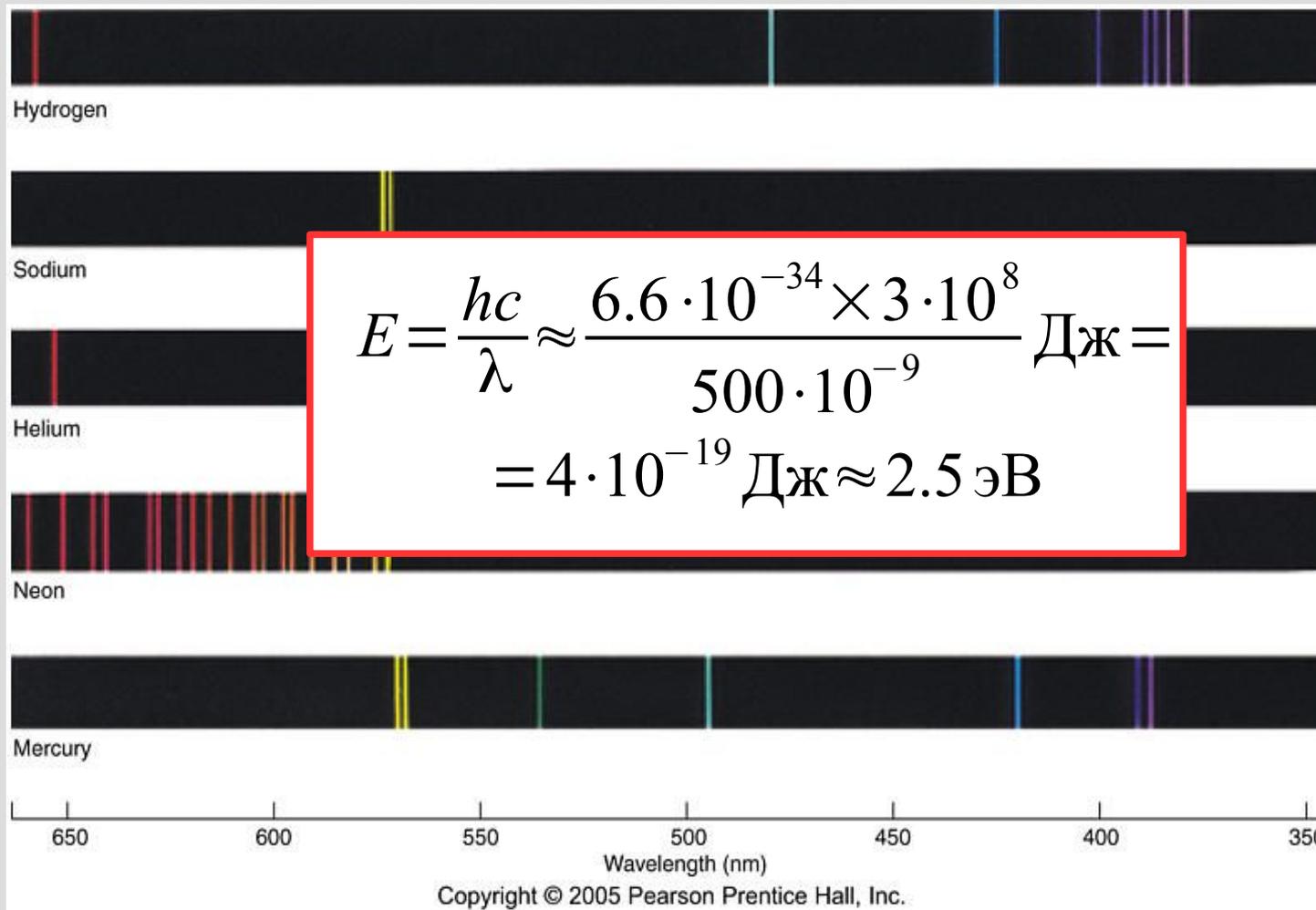
Определение элементного состава внешних слоёв Солнца



Основной рисунок — спектр Солнца с линиями Фраунгофера. С сайта NASA, Astronomy Picture of the Day (2000 August 15): The Solar Spectrum , 2017, <https://apod.nasa.gov/apod/ap000815.html>.

На вставке — памятная марка ФРГ (1987 год), воспроизводящая оригинальный рисунок Фраунгофера. С сайта wikipedia.org, Joseph von Fraunhofer, 2017, https://de.wikipedia.org/wiki/Joseph_von_Fraunhofer

Масштабы энергии в атоме. Фраунгоферовы линии.



Масштабы энергии, оценка.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} \text{ Дж} = 4 \times 10^{-19} \text{ Дж} = 2.5 \text{ эВ}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 10^{-30} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2}} \text{ м} = 0.8 \times 10^{-9} \text{ м} = 8 \text{ \AA}$$

Сравнимо с размером атома!



Масштабы энергии в атоме: ИОНИЗАЦИЯ

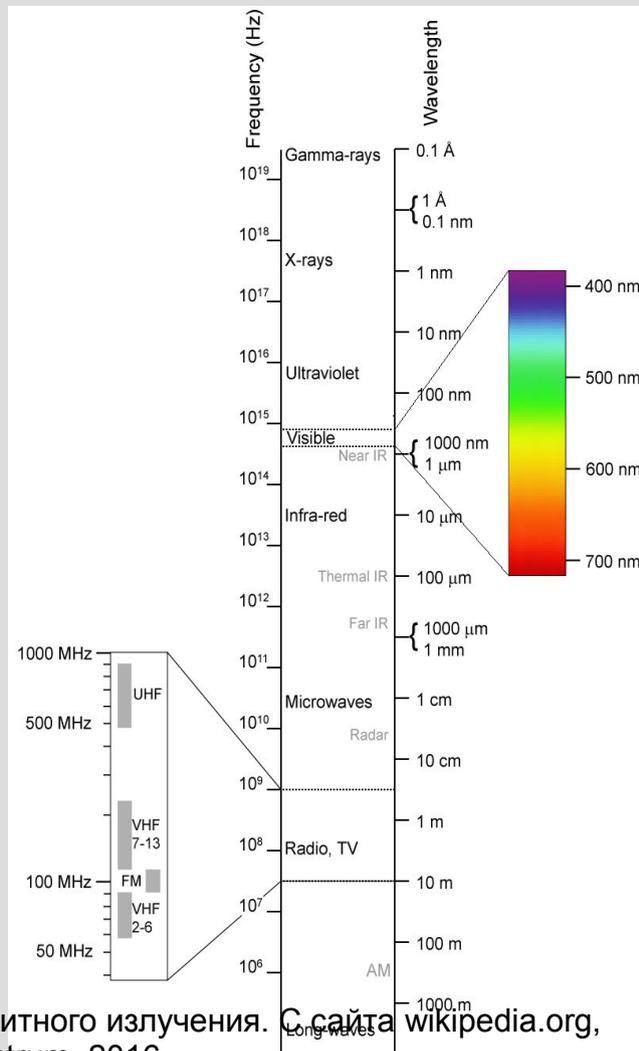


Зависимость энергии ионизации от атомного номера элемента. С сайта [wikipedia.org](https://ru.wikipedia.org/wiki/Энергия_ионизации), Энергия ионизации, 2016, https://ru.wikipedia.org/wiki/Энергия_ионизации

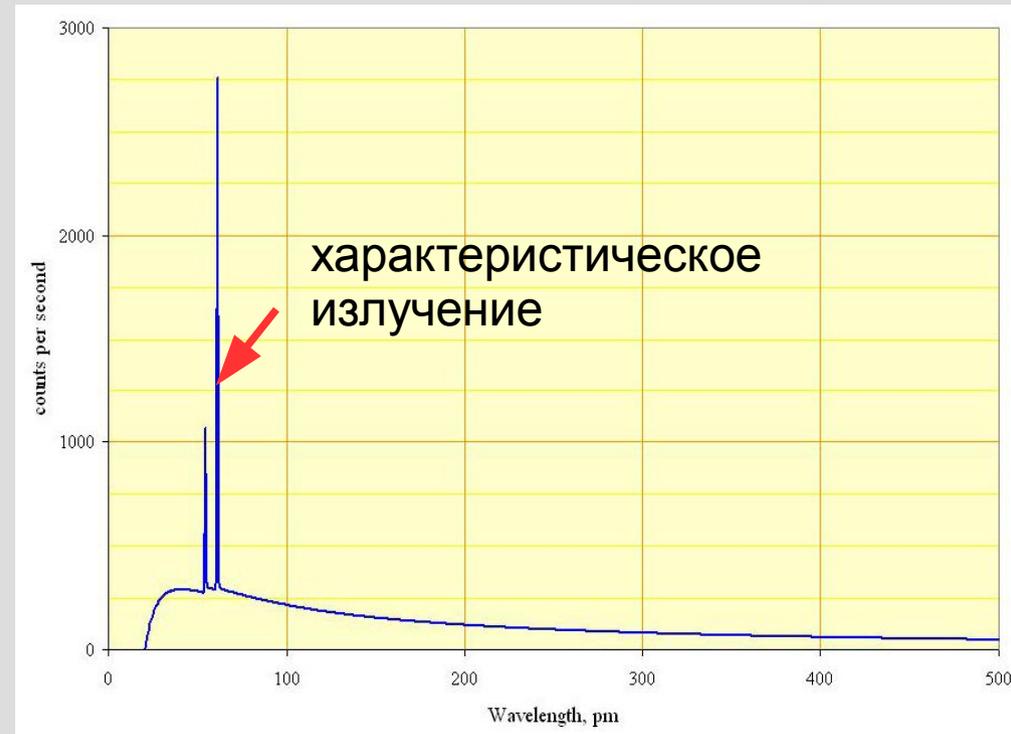
Рентгеновское излучение



Рентген, 1901



Спектр электромагнитного излучения. С сайта wikipedia.org, Electromagnetic spectrum, 2016, https://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_spectrum



Спектр рентгеновского излучения в трубке с родиевым анодом при энергии электронов 60кэВ. С сайта wikipedia.org, Тормозное излучение, 2016, <http://en.wikipedia.org/wiki/Bremsstrahlung>

Характеристическое излучение

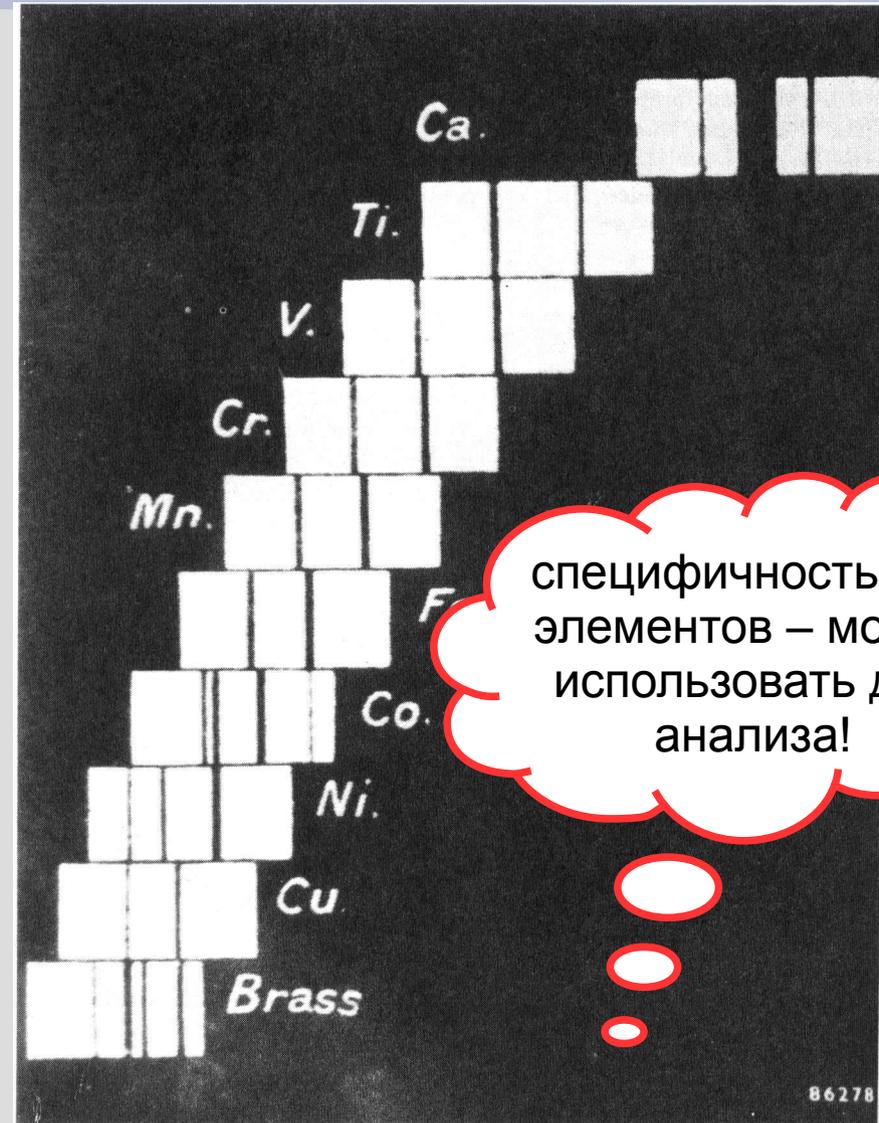


Баркла, 1917
Зигбан, 1924

Серия фотопластинок с записью линий характеристического рентгеновского излучения разных материалов из работы Г.Мозли (1913). Пластинки смещены по горизонтали, чтобы положение линий соответствовало одной шкале длин волн, длина волны растёт слева направо. Обратите внимание на интенсивную линию меди в спектре характеристического излучения латуни (англ. brass, сплав меди и цинка). Линии с разной длиной волны разрешены благодаря дифракции на кристалле жёлтой кровяной соли $K_4[Fe(CN)_6]$. С сайта University of Wisconsin–Madison, EPMA History - Some documents and oral history links, 2016, <http://www.geology.wisc.edu/~johnf/g777/EPMA-history.html>

Энергии квантов характеристического излучения – десятки кэВ, могут быть независимо определены по ускоряющему напряжению трубки

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{eU} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 15 \times 10^3} \text{ м} = 0.8 \times 10^{-10} \text{ м} = 0.8 \text{ \AA}$$

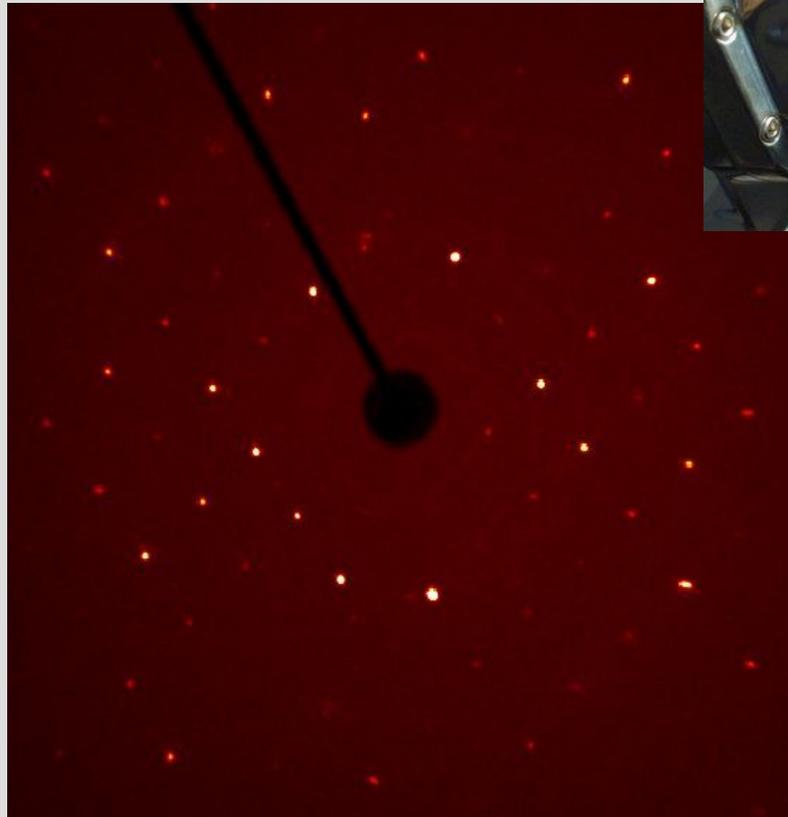


специфичность для элементов – можно использовать для анализа!

Опять о размере атома: дифракция на кристалле



М. фон Лауэ, 1914
У.Л.Брэгг и У.Г.Брэгг, 1915

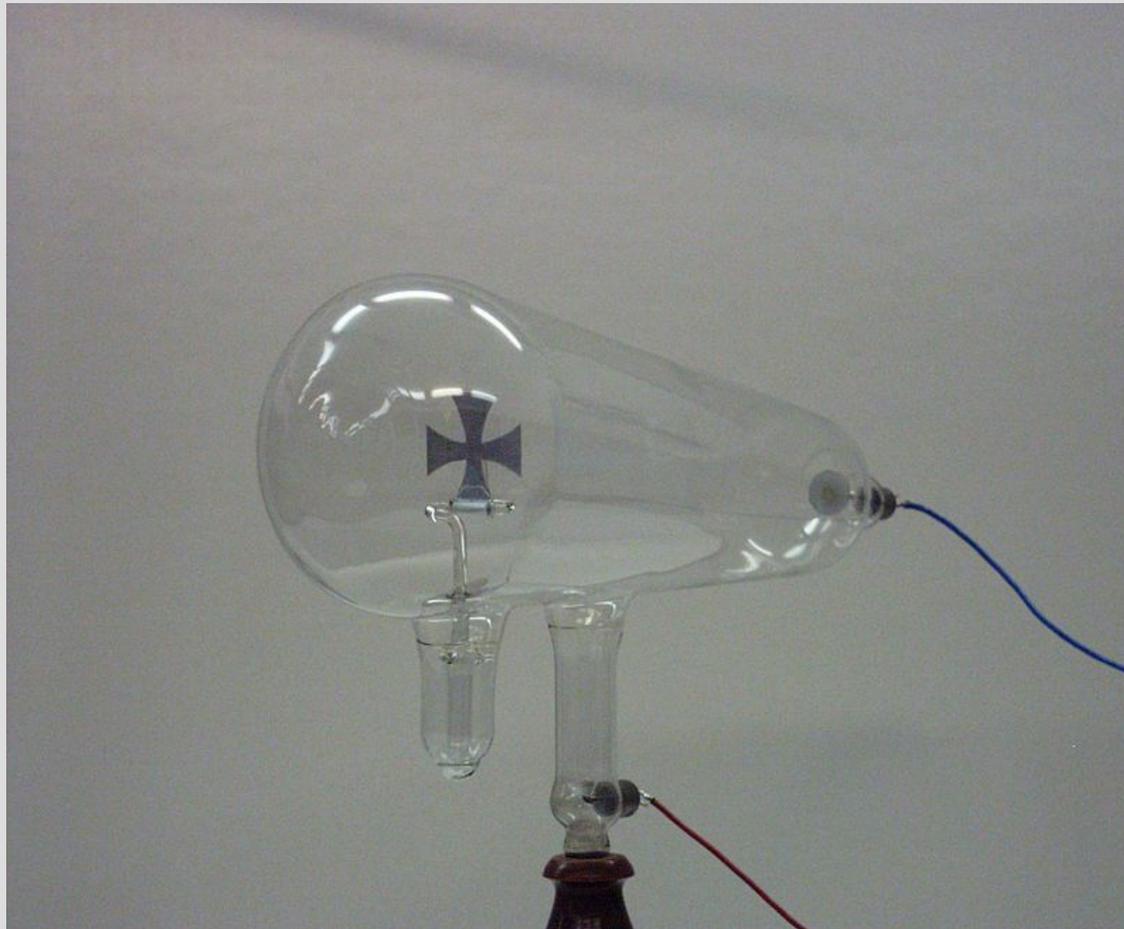


картина рентгеновской
дифракции на монокристалле:
по отклонению луча можно
измерить расстояние между
атомами – опять несколько
ангстрем

Структура атома: опыты Томсона



Дж.Дж.Томсон, 1906

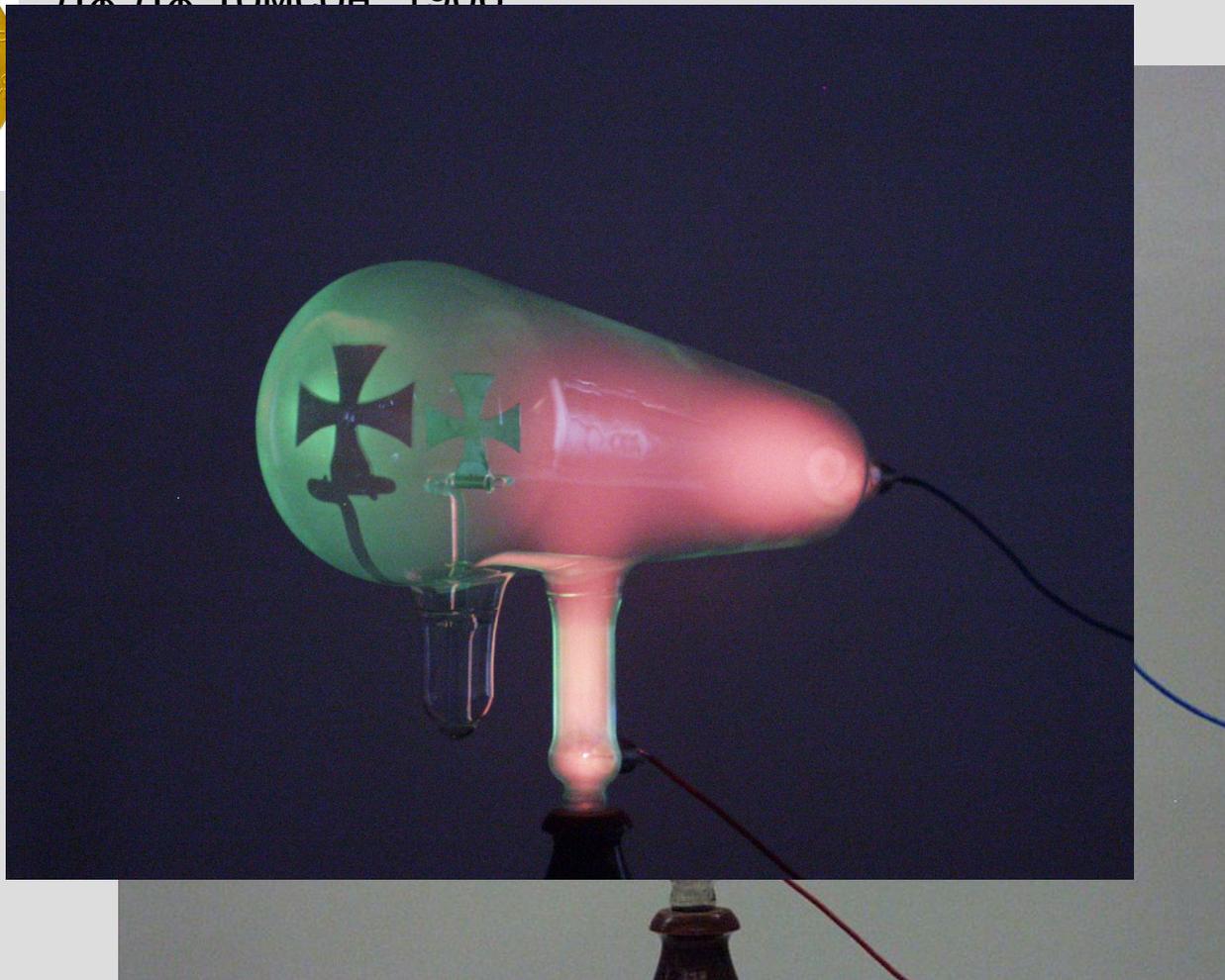


Трубка Крукса. Слева — без напряжения. В центре — приложено напряжение, на экране наблюдается «тень» от анода. Справа — смещение «тени» при поднесении магнита. С сайта wikipedia.org, Crookes tube, 2017, https://en.wikipedia.org/wiki/Crookes_tube

Структура атома: опыты Томсона



Дж Дж Томсон 1906



Трубка Крукса. Слева — без напряжения. В центре — приложено напряжение, на экране наблюдается «тень» от анода. Справа — смещение «тени» при поднесении магнита. С сайта wikipedia.org, Crookes tube, 2017, https://en.wikipedia.org/wiki/Crookes_tube

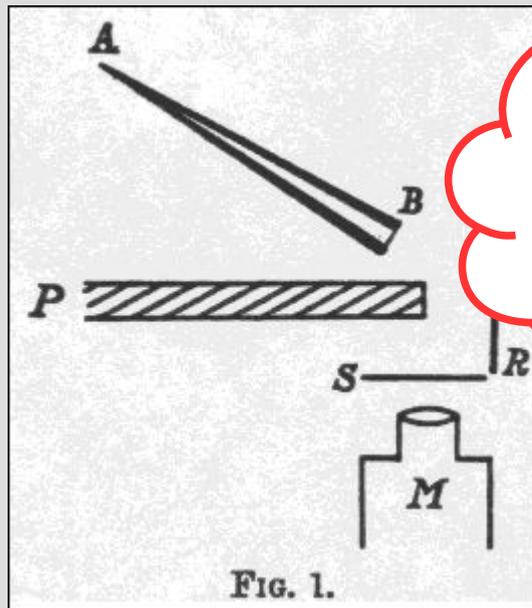
Схема: опыты

Катодные лучи – это поток отрицательно заряженных частиц, содержащихся в веществе

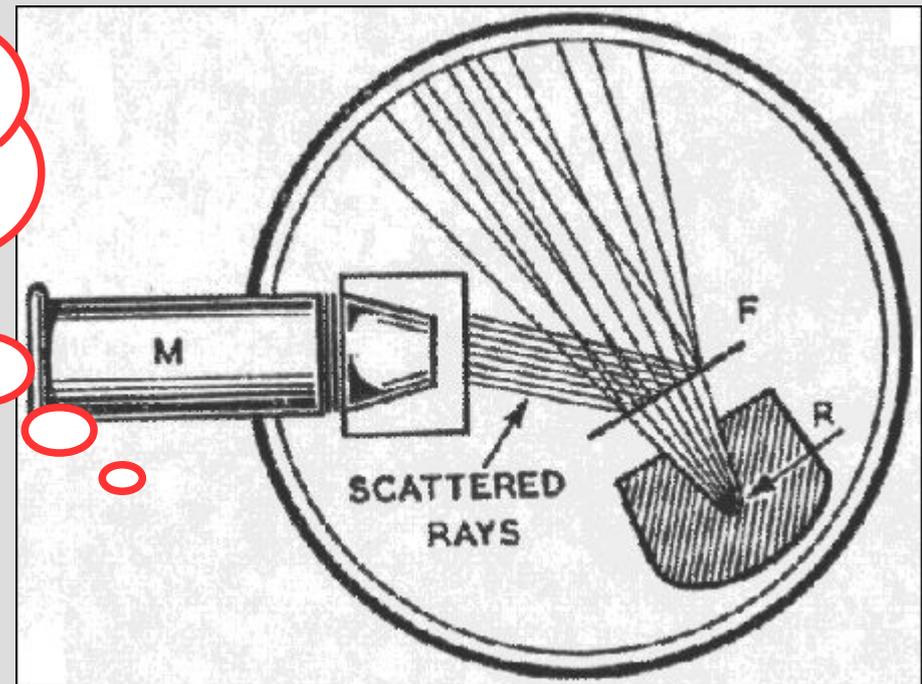


Трубка Крукса. Слева — без напряжения. В центре — приложено напряжение, на экране наблюдается «тень» от анода. Справа — смещение «тени» при поднесении магнита. С сайта wikipedia.org, Crookes tube, 2017, https://en.wikipedia.org/wiki/Crookes_tube

Опыты Резерфорда (Гейгера-Марсдена)



отклонение на
большие углы!



Опыт Гейгера-Марсдена (по статье Н. Geiger and E. Marsden, On a Diffuse Reflection of the α -Particles., 1909). AB - трубка с источником альфа-частиц, P - свинцовый экран, RR - отражающая фольга, S - сцинтиляционный экран, M - микроскоп.

Разновидность опыта Резерфорда R - источник радиации, F - фольга, M - микроскоп с сцинтилирующим экраном. chemteam.info, Rutherford's Experiment - Part II: The Paper of 1911, 2016, <http://www.chemteam.info/AtomicStructure/Rutherford-Model.html>

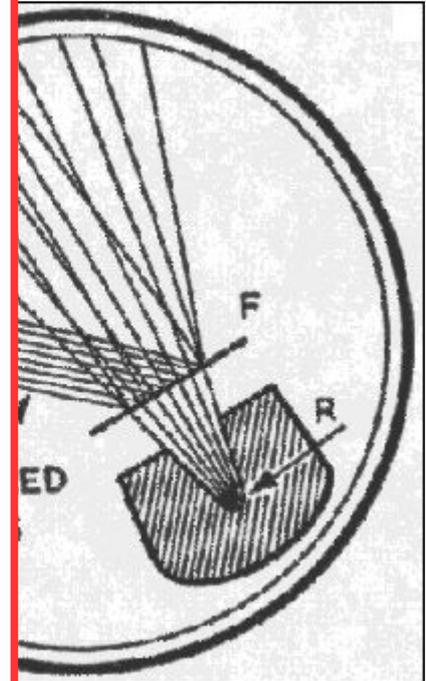
В опытах изучалось рассеяние альфа-частиц на фольге из разных материалов (Al, Fe, Cu, Ag, Sn, Pt, Au, Pb). Золото оказалось наиболее удобным материалом, так как позволяло изготавливать однородную очень тонкую фольгу до 0.086 мкм.

Опыты Резерфорда (Гейгера-Марсдена)

Основные результаты этих опытов:

- почти все альфа-частицы проходили через фольгу, не отклоняясь от своего направления
- часть альфа-частиц отклоняется на небольшие углы $\sim 1^\circ$
- примерно 1 альфа-частица из 10000 (при толщине фольги в доли микрона) отклоняются на большой угол $\sim 90^\circ$

Резерфорд показал (E. Rutherford, The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom, 1911), что эти результаты могут быть объяснены в предположении, что существует компактное положительно заряженное ядро, взаимодействие с которым объясняет редкие процессы рассеяния на большой угол.



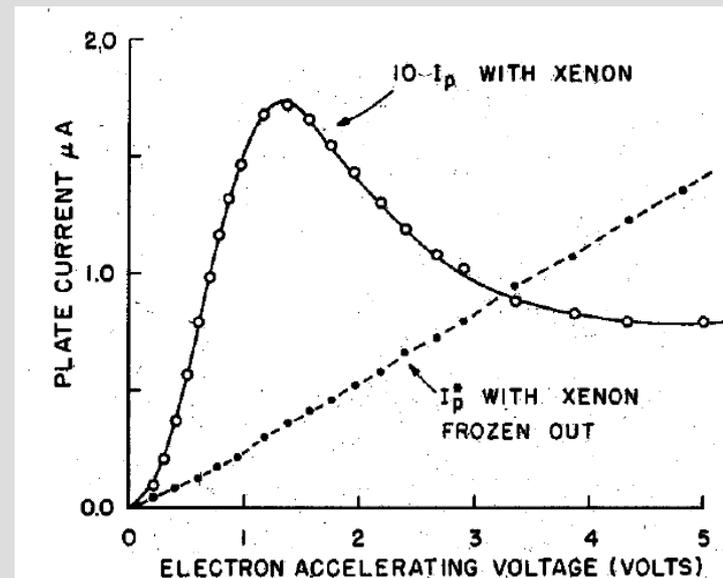
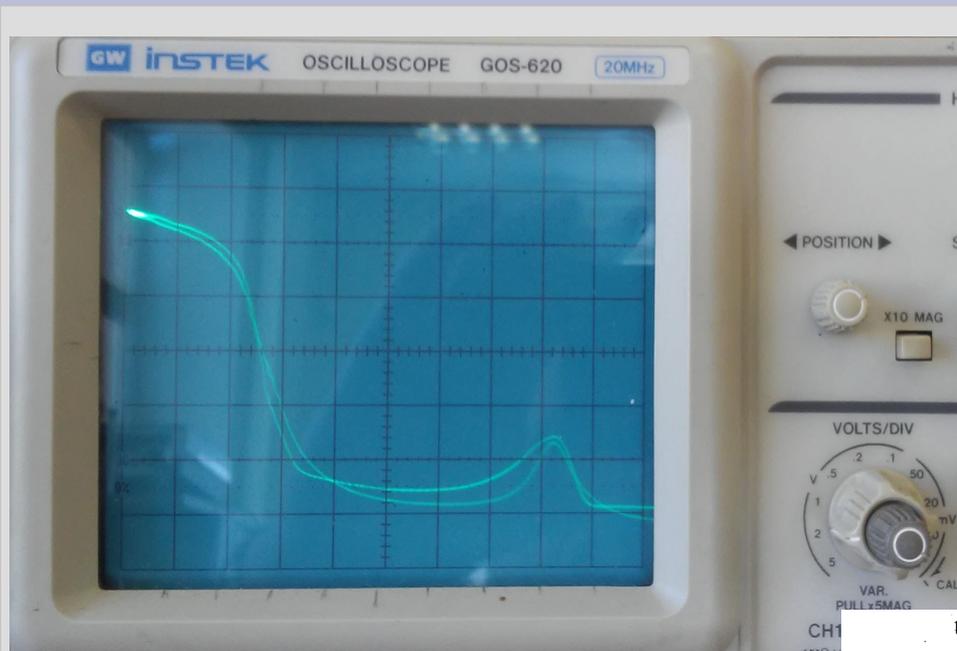
источник

.info, Rutherford's
2016,
e/Rutherford-

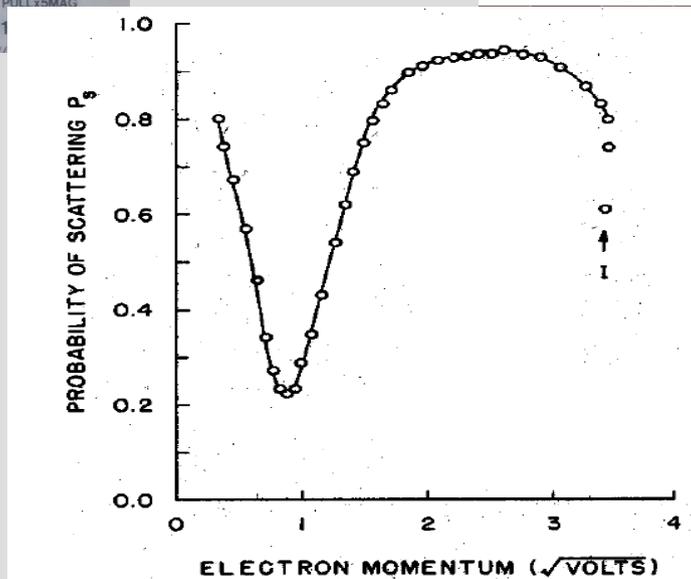
В опытах изучалось рассеяние альфа-частиц на фольге из разных материалов (Al, Fe, Cu, Ag, Sn, Pt, Au, Pb). Золото оказалось наиболее удобным материалом, так как позволяло изготавливать однородную очень тонкую фольгу до 0.086 мкм.

Опыт
Geiger
Reflected
трубка
свинца
фольга
-микр

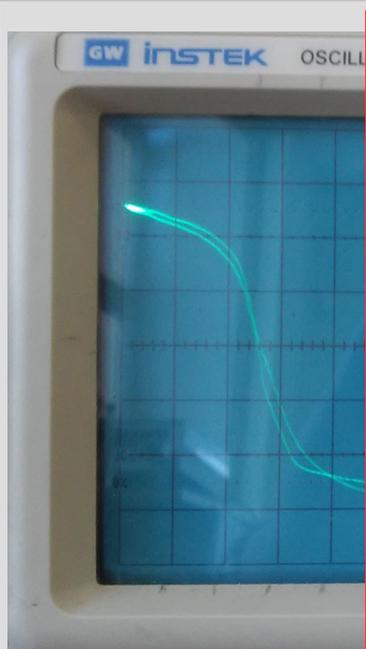
Опыты Рамзауэра-Таунсенда: опять о размере атома



Наблюдение эффекта Рамзауэра-Таунсенда. Верхний ряд: вольт-амперные характеристики наполненной ксеноном лампы. Слева — лабораторная работа МФТИ, фото автора, справа — из работы [S.G.Kukulich, Demonstration of the Ramsauer-Townsend effect in a Xenon Tyatron, 1968]. Нижний ряд: рассчитанная по измеренной вольт-амперной характеристике вероятность рассеяния электрона на атоме, из работы S.G.Kukulich, Demonstration of the Ramsauer-Townsend effect in a Xenon Tyatron, 1968



Опыты Рамзауэра-Таунсенда: опять о размере атома

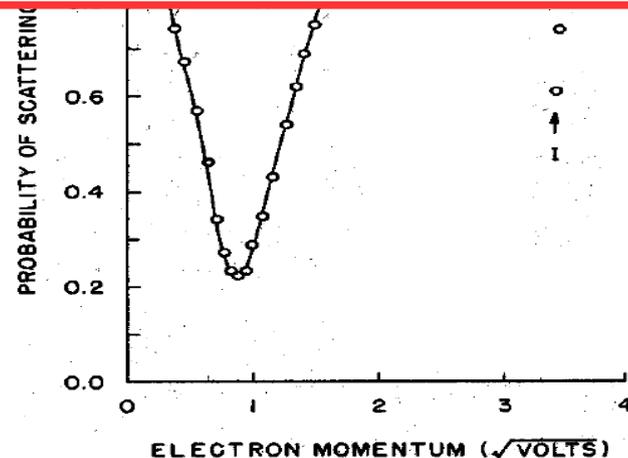


Аналог просветления оптики, удачная интерференция отражённых волн, гасящая отражение.

$$l \sim \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 10^{-30} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.5}} \approx 10^{-9} \text{ м} = 10 \text{ \AA}$$

ОПЯТЬ АНГСТРЕМЫ

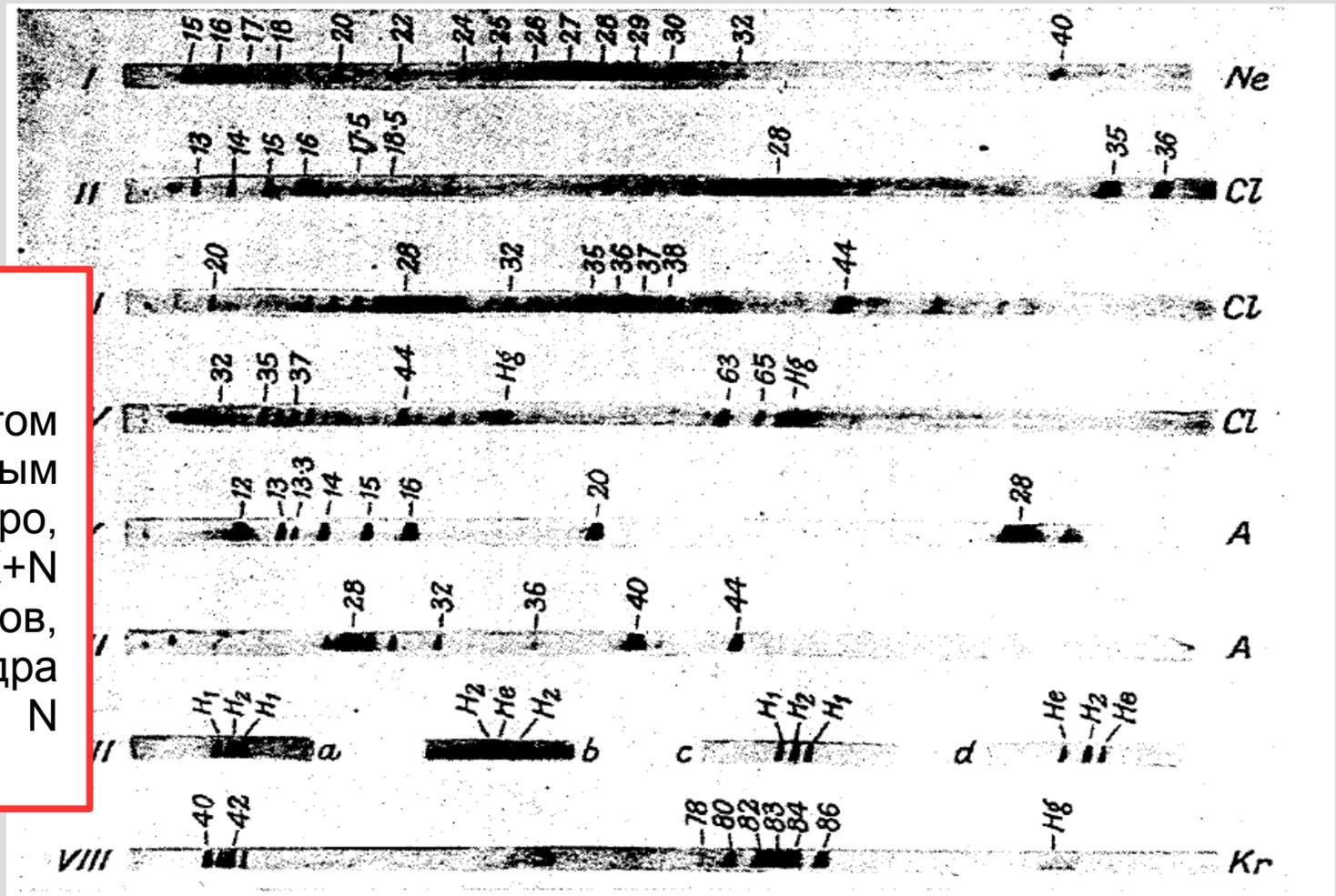
Наблюдение эффекта Рамзауэра-Таунсенда. Верхний ряд: вольт-амперные характеристики наполненной ксеноном лампы. Слева — лабораторная работа МФТИ, фото автора, справа — из работы [S.G.Kukolich, Demonstration of the Ramsauer-Townsend effect in a Xenon Tyatron, 1968]. Нижний ряд: рассчитанная по измеренной вольт-амперной характеристике вероятность рассеяния электрона на атоме, из работы S.G.Kukolich, Demonstration of the Ramsauer-Townsend effect in a Xenon Tyatron, 1968



Что внутри ядра? опыты Астона.



Астон, 1922

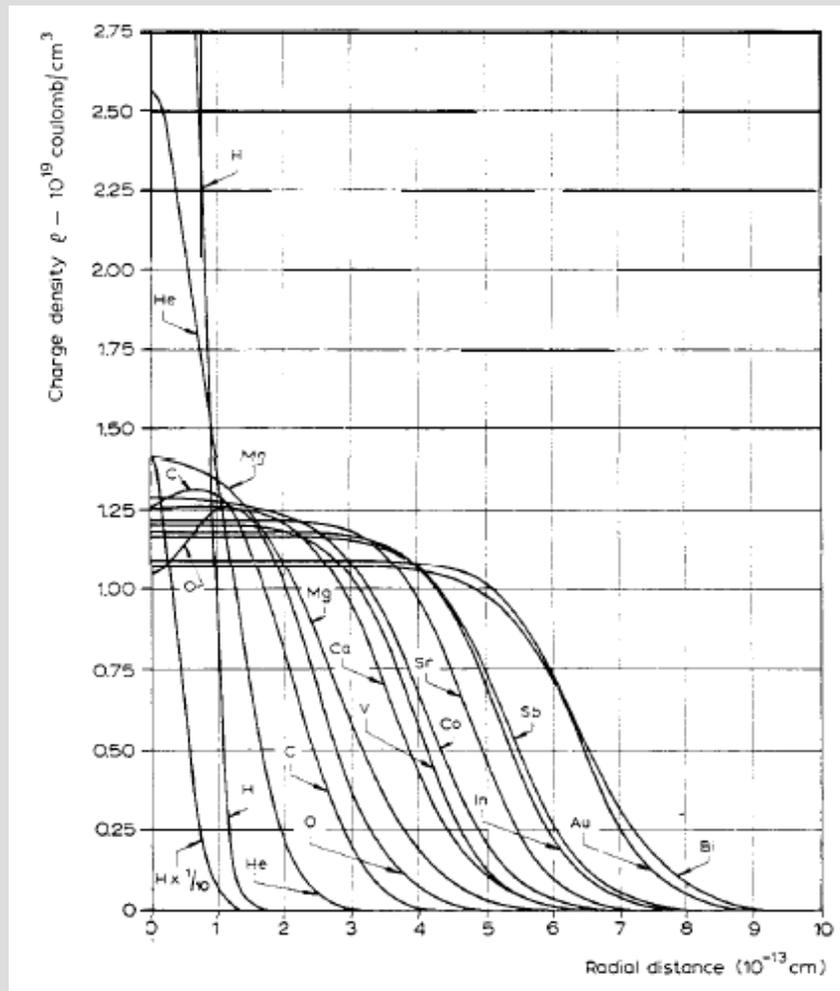


Из лекции Астона:

«Нейтральный атом элемента с атомным номером N имеет ядро, содержащее $K+N$ протонов и K электронов, и вокруг этого ядра вращаются N электронов».

Размеры ядра

Хофштадтер (1961)



$$\lambda \approx \frac{hc}{E} = \frac{h}{mc} \frac{mc^2}{E} = \Lambda \frac{mc^2}{E}$$

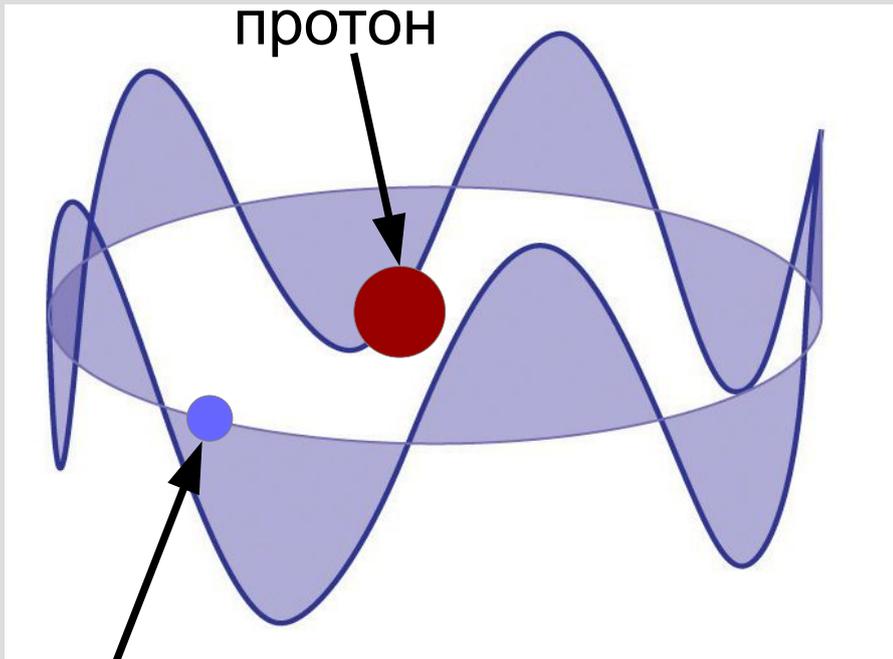
Для “микроскопа” с разрешением 1 фм нужны электроны с энергией около 100 МэВ

Обобщение экспериментальных результатов

- Атом состоит из электронов и компактного положительно заряженного ядра
- Размер атома – несколько ангстрем
- Размер ядра – несколько фемтометров
- Энергия, выделяющаяся при изменении состояния атома изменяется от эВ до кэВ

Часть 3. Атом, который построил Бор

Модель атома водорода Бора



электрон

$$2\pi r_n = n\lambda = n \frac{h}{p_n}$$

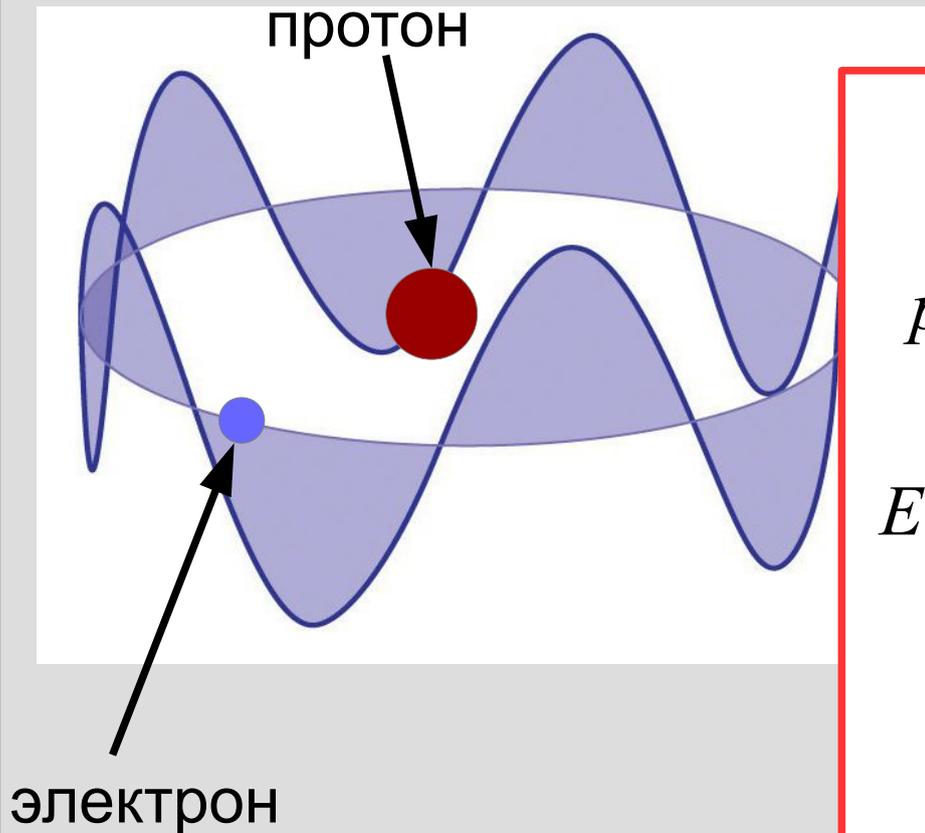
$$\underline{r_n p_n = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar}$$

$$m a_y = k \frac{Ze^2}{r_n^2}$$

$$m \frac{V^2}{r_n} = k \frac{Ze^2}{r_n^2}$$

$$\underline{p_n^2 r_n = k m Ze^2}$$

Модель атома водорода Бора



$$n\hbar \times p_n = k m Z e^2$$

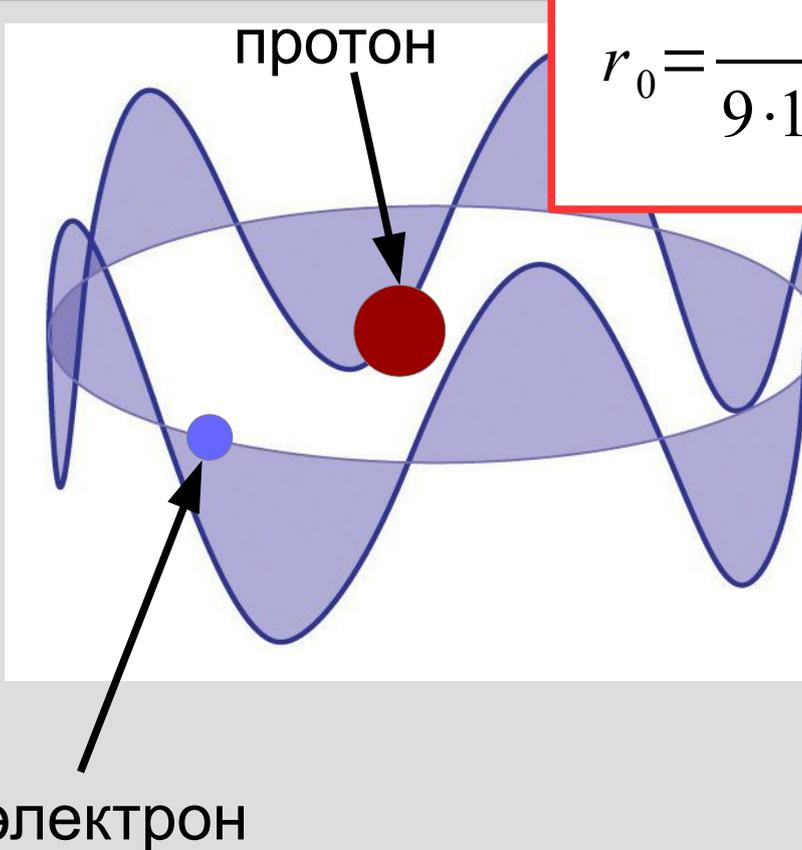
$$p_n = \frac{k m Z e^2}{n\hbar}, \quad r_n = \frac{n\hbar}{p_n} = \frac{n^2 \hbar^2}{k m Z e^2}$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} - k \frac{Z e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \frac{k^2 m Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{Z^2 R_y}{n^2}$$

$$\underline{p_n^2 r_n = k m Z e^2}$$

Модель атома водорода Бора



$$r_0 = \frac{(10^{-34})^2}{9 \cdot 10^9 \times 10^{-30} \times (1.6 \cdot 10^{-19})^2} \approx 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ М}$$

$$p_n = \frac{k m Z e^2}{n \hbar}, \quad r_n = \frac{n \hbar}{p_n} = \frac{n^2 \hbar^2}{k m Z e^2}$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} - k \frac{Z e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \frac{k^2 m Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{Z^2 R_y}{n^2}$$

$$\underline{p_n^2 r_n = k m Z e^2}$$

Модель атома водорода Бора

протон

электрон

$$n\hbar \times p_n = k m Z e^2$$

$$Ry = \frac{1}{2} \frac{(9 \cdot 10^9)^2 \times 0.9 \cdot 10^{-30} \times (1.6 \cdot 10^{-19})^4}{(10^{-34})^2} \text{ Дж} = 2.2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13.6 \text{ эВ}$$

$$E_n = -\frac{Z^2 Ry}{n^2}$$

$$p_n^2 r_n = k m Z e^2$$

Модель атома водорода Бора

протон

электрон

$$\hbar \omega_{mn} = Ry \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{формула Бальмера}$$

$$= 2.2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13.6 \text{ эВ}$$

$$n \hbar \times v = k m Z e^2$$

$$\hbar \omega = \frac{n^2 \hbar^2}{k m Z e^2}$$

$$k^2 m Z^2 e^4 \frac{1}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = - \frac{Z^2 Ry}{n^2}$$

$$p_n^2 r_n = k m Z e^2$$

Модель атома водорода Бора

ПРОТОН

медь $Z=29$

$$\Delta E_{12} = Z^2 Ry \left(1 - \frac{1}{4} \right) \approx 10 \text{ кэВ}$$

характеристическое излучение

$$= 2.2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13.6 \text{ эВ}$$

электрон

h

$$p = k m Z e^2$$

$$n \hbar = \frac{n^2 \hbar^2}{k m Z e^2}$$

$\lambda =$

$$\frac{k^2 m Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = - \frac{Z^2 Ry}{n^2}$$

$$p_n^2 r_n = k m Z e^2$$

Выводы

В микромире (на атомных масштабах) частицы могут проявлять волновые свойства

Атомные масштабы длин и энергий могут быть измерены разнообразными способами

Гипотеза Бора о стационарных состояниях позволяет описать водородоподобный атом

Задачи домашнего задания

Задача 1.

До какой скорости необходимо разогнать протон и электрон, чтобы их дебройлевская длина волны стала равной 10^{-14} м. (Это примерно 10 размеров ядра)

Для справки: энергия релятивистской частицы $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$.

Задача 2.

Оценить, чему был бы равен размер атома водорода в случае, если бы вместо кулоновских сил на ядро и электрон действовала бы только сила гравитационного взаимодействия.

Для справки: размер видимой части Вселенной 46 миллиардов световых лет, т.е. примерно $5 \cdot 10^{26}$ м.