Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 11, стр. 544 – 546 *10 июня 1986 г.*

К ТЕОРИИ ЛОКАЛИЗАЦИИ В ПРОСТРАНСТВАХ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

И.М.Суслов

Показано, что в случае решетки Бете расходимость радиуса локализации не приводит к расходимости диэлектрической проницаемости – этим снимается противоречие между двумя опубликованными точными результатами. Сопоставление этих результатов указывает на различие корреляционных длин выше и ниже перехода Андерсона, что наклыдывает сильные ограничения на возможный характер теории.

Последовательные формулировки теории локализации существуют лишь для пространства размерности $d = 2 + \epsilon$ [1] и $d = \infty$ [2, 3]. Ввиду трудностей, которые испытывает в последнее время теория $2 + \epsilon$ [4, 5], исследование случая $d = \infty$ становится особенно актуальным.

Реализацией предела $d = \infty$ является решетка Бете, представляющая собой ветвящееся дерево (дерево Кейли). Наглядно ее можно интерпретировать как кластер на d-мерной решетке, где d придется устремить к бесконечности вместе с термодинамическим пределом. Правильность такой интерпретации подтверждается всем опытом теории фазовых переходов – многочисленные результаты для решетки Бете согласуются с результатами для d-мерных решеток, если первой приписывать эффективную размерность $d = \infty$.

К настоящему времени для решетки Бете опубликовано две группы результатов: 1) результаты Ефетова [2] о существовании минимальной металлической проводимости σ_{min} и максимальной диэлектрической проницаемости ϵ_{max}; 2) результат Кунца и Сциларда [3] $\nu = 1/2$ для критического индекса радиуса локализации. В обоих случаях авторы претендуют на точное решение соответствующих моделей[1)], к тому же результат $\nu = 1/2$ и существование σ_{min} подтверждается численными расчетами [6, 7]. Однако, согласно общепринятым представлениям, результат $\nu = 1/2$ противоречит существованию ϵ_{max}, так как из расходимости радиуса локализации следует расходимость диэлектрической проницаемости. Ниже показано, как разрешается это противоречие.

Будем исходить из критерия локализации, введенного Таулесом [8]. Разобьем систему на блоки размера L и введем параметр g_L как отношение характерного интеграла перекрытия между блоками к характерному разбросу уровней в соседних блоках. По порядку величины g_L совпадает с полной (не удельной) проводимостью блока размера L в единицах $e^2/\hbar$. Зависимость g_L от L для разных значений g_0, которые принимает g_L на микроскопическом масштабе l, должна вести себя следующим образом (рисунок): $g_L \sim 1$ в точке перехода Андерсона $g_0 = g_c$, $g_L \to \infty$ при $L \to \infty$ в области делокализованных состояний ($g_0 > g_c$) и $g_L \to 0$ в локализованной фазе ($g_0 < g_c$). Этот критерий основан на прозрачной физической идее: при больших g_L волновые функции различных блоков смешиваются примерно с одинаковыми весами, при малых g_L – практически не смешиваются.

Введем корреляционные длины ξ и ξ' соответственно для $g_0 < g_c$ и $g_0 > g_c$ как характерные масштабы, на которых отклонение g_L от g_c становится $\sim g_c$ и введем для величин ξ, ξ' и проводимости σ критические индексы:

$$\xi \sim (g_c - g_0)^{-\nu}, \quad \xi' \propto (g_0 - g_c)^{-\nu'}, \quad \sigma \propto (g_0 - g_c)^s . \tag{1}$$

В общем случае нет оснований считать индексы ν и ν' равными.

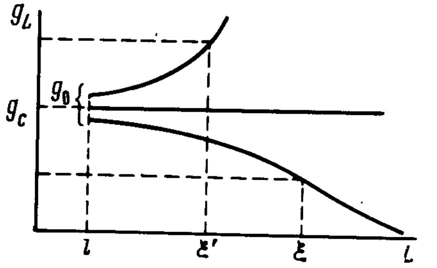
Для индексов s и ν' справедливо соотношение:

$$s = \nu' (d - 2). \tag{2}$$

---

1) Модели, использованные в [2] и [3] отличаются второстепенными деталями, несущественными для критического поведения.

Действительно, для $L \lesssim \xi' \; g_L \sim g_c$ по определению ξ'; для $L \gg \xi' \; g_L \gg 1$ и неупорядоченная система является хорошим металлом с макроскопической удельной проводимостью σ, поэтому $g_L \sim \sigma L^{d-2}$. Смешивая эти два соотношения при $L \sim \xi'$, получим $\sigma \sim g_c \xi'^{(2-d)}$, откуда и следует (2).



Принимая первый результат Ефетова [2] $s = 0$, получим $\nu' = 0$, принимая результат Кунца и Сциллларда [3], имеем $\nu = 1/2$. Покажем, что это не противоречит второму результату Ефетова – существованию ϵ_{max}.

Вывод о расходимости диэлектрической проницаемости в точке перехода основан на следующих соображениях. Неупорядоченную систему в локализованной фазе можно представлять как систему металлических гранул размера ξ, разделенных диэлектрической прослойкой. Тогда для волновых векторов $g \gtrsim 1/\xi$ диэлектрическая проницаемость имеет обычный металлический характер, $\epsilon(q) \sim 1/q^2$. Отсюда $\epsilon(1/\xi) \sim \xi^2$ и, устремляя ξ к бесконечности, получим $\epsilon(0) = \infty$. Проанализируем этот аргумент повнимательнее.

При малых q и ω для продольной диэлектрической проницаемости металла справедливо разложение:

$$\epsilon(q, \omega) = \frac{4\pi\sigma}{-i\omega + Dq^2} + \epsilon_0 + \dots , \qquad (3)$$

где D – коэффициент диффузии, связанный с σ соотношением Эйнштейна $\sigma = e^2 D\nu(\mu)$, $\nu(\mu)$ – плотность состояний на уровне Ферми. Полагая $q \sim {}^1/_\xi$, получим диэлектрическую проницаемость неупорядоченной системы:

$$\epsilon({}^1/_\xi, \omega) = \frac{4\pi\sigma_\xi}{-i\omega + D_\xi \xi^{-2}} + \epsilon_0 , \qquad (4)$$

где σ_ξ и D_ξ – проводимость и коэффициент диффузии гранулы размера ξ. Так как при $L \lesssim$ $< \xi \; g_L \sim g_c$ по определению ξ, то

$$\sigma_\xi \sim g_c / \xi^{d-2}$$

Для достаточно больших $\xi \; \sigma_\xi \to 0$ при $d \to \infty$.

Существенно, что предел $\sigma_\xi \to 0$, $\omega \to 0$ в (4) зависит от порядка перехода к пределу. Частота ω ограничена снизу обратным временем измерения и порядок пределов определяется из принципа причинности: сначала выбирается объект измерения, затем производится измерение. Если объект измерения – d-мерная решетка, то предел $\omega \to 0$ может быть взят первым и статическая диэлектрическая проницаемость расходится при $\xi \to \infty$. Если объект измерения – решетка Бете, то предел $d \to \infty$ взят до начала измерений и, следовательно, предел $\sigma_\xi \to 0$ берется раньше предела $\omega \to 0$. Поэтому диэлектрическая проницаемость равна ϵ_0 и остается конечной при $\xi \to \infty$. Таким образом, существование максимальной диэлектрической проницаемости специфично для решетки Бете и не имеет места в пространстве конечной размерности.

Как известно, равенство $\nu = \nu'$ следует из гипотезы однопараметрического скейлинга [9] в силу предположения об аналитичности функции Гелл-Мана – Лоу, которое в рамках однопараметрического скейлинга является единственно разумным. Следовательно, результаты работ [2,3] однозначно исключают однопараметрический скейлинг в пространствах большой размерности[2)].

Другим следствием неравенства $\nu \neq \nu'$ является невозможность построения для перехода Андерсона теории среднего поля в форме теории Ландау; соответственно, ϵ-разложение вблизи верхней критической размерности (если таковая существует) не может иметь стандартного вида теории критических явлений. В частности, этим исключаются подходы, основанные на сведении проблемы локализации к перколяции.

Таким образом, для пространств большой размерности справедливы значения индексов $s = 0$, $\nu = 1/2$, указанные Моттом [10] более 20 лет назад. Вопрос о том, сохраняются ли они вплоть до $d = 2$ или до некоторой верхней критической размерности, остается открытым.

Автор признателен А.Ф.Андрееву и К.Б.Ефетову за обсуждение работы и М.В.Садовскому за предварительное обсуждение вопроса.

Литература

1. *Wegner F.* Z. Phys., 1979, **25**, 337; *Ефетов К.Б., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* ЖЭТФ, 1980, **79**, 1120; *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1982, **82**, 872.
2. *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1985, **88**, 1032.
3. *Kunz H., Souillard R.* J. Physique Lett., 1983, **44**, L411.
4. *Кравцов В.Е., Ларнер И.В.* ЖЭТФ, 1985, **88**, 1281.
5. *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1985, **89**, 1050.
6. *Jonson M., Girvin S.H.* Phys. Rev. Lett., 1979, **43**, 1447.
7. *Brezini A., Olivier G., Dahmani L.* J. Phys. C, 1985, **18**, 2785.
8. *Edwards J.T., Thouless D.J.* J. Phys. C, 1972, **5**, 807.
9. *Abrahams E. et al.* Phys. Rev. Lett., 1979, **42**, 673.
10. *Мотт Н., Дэвис Э.* Электронные процессы в некристаллических веществах. М.: Мир, 1974, стр. 31, 49.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 апреля 1986 г.