

ПОЧЕМУ НЕ ОБНАРУЖЕНО ПРОЯВЛЕНИЙ ЭКСИТОННОГО МЕХАНИЗМА В СЭНДВИЧАХ ГИНЗБУРГА?

Ю. А. Кротов, И. М. Суслев

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия

* Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
117334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июня 1996 г.

На основе пространственно-неоднородных уравнений Элиашберга в пределе локального взаимодействия получено точное решение задачи о температуре перехода сэндвича Гинзбурга (пленки сверхпроводника, покрытой слоем диэлектрика, в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения — экситоны) в первом порядке по a/L (a — межатомное расстояние, L — толщина пленки). Результат оказывается не зависящим от частоты экситонов. Экситонный механизм проявляется лишь во втором порядке по a/L , так как для обмена экситоном оба партнера куперовской пары должны попасть в слой толщины $\sim a$ вблизи границы раздела. Количественные оценки показывают практическую ненаблюдаемость проявлений экситонного механизма в системах с $L \gg a$. Проведены модельные вычисления для узкозонного и широкозонного диэлектриков и проведено сравнение с экспериментом.

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1964 г. в известной работе Гинзбурга [1] предложен способ создания высокотемпературных сверхпроводников. Если на тонкую пленку металла наносится слой диэлектрика (рис. 1), в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения — экситоны — с частотой ω_{ex} , значительно превышающей характерную частоту ω_{ph} фононов в металле, то на границе раздела возникает комбинация конечной плотности электронных состояний и высокой частоты возбуждений, что согласно формуле БКШ должно приводить к высоким локальным значениям температуры сверхпроводящего перехода T_c .

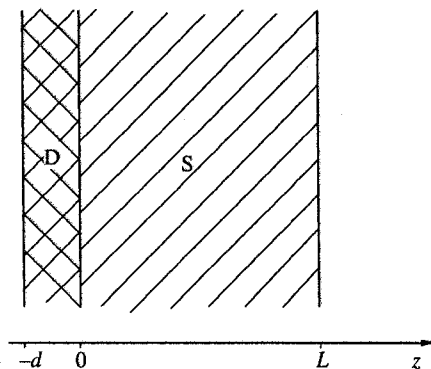


Рис. 1. Сэндвич Гинзбурга представляет собой тонкую пленку сверхпроводника S с нанесенным на нее слоем диэлектрика D, в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения, обмен которыми может значительно повышать T_c .

Теории сэндвичей Гинзбурга посвящено большое количество работ (см. гл. 8 книги [2] и ссылки к ней), однако соответствующие оценки T_c являются неудовлетворительными. Дело в том, что во всех работах по существу игнорируется вся проблематика, связанная с пространственной неоднородностью сэндвичей: рассмотрение проводится на основе формул типа БКШ или Мак-Миллана путем грубой оценки входящих в них параметров. Как показано ниже, это приводит к качественно неправильным результатам.

Следуя терминологии книги [2], будем считать сэндвичами системы, являющиеся таковыми по технологии изготовления — в них толщина металлической пленки L велика по сравнению с межатомным расстоянием a ¹⁾; системы с $L \sim a$ должны рассматриваться как квазидвумерные, что выходит за рамки настоящей работы. Кроме того, будем считать, что сверхпроводимость в пленке носит объемный характер, так как возможная поверхностная сверхпроводимость таммовских уровней [1, 5] с достоверностью нигде не обнаружена.

Из общих соображений ясно, что T_c сэндвича отличается от значения T_{c0} для объемного материала пленки на величину $\sim a/L$:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} \equiv \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = C \frac{a}{L}. \quad (1)$$

Все существующие работы [2] исходят из того, что при формальном пределе $\omega_{ex} \rightarrow \infty$ коэффициент C расходится и при больших ω_{ex} его большая величина может компенсировать малость параметра a/L или, во всяком случае, обеспечить доминирование экситонного механизма над другими эффектами, которые дают $C \sim 1$; однако, как показано ниже,

$$C(\omega_{ex}) = \text{const} \quad \text{при} \quad \omega_{ex} \gtrsim \omega_{ph}. \quad (2)$$

Этот на первый взгляд странный результат в действительности является естественным: для обмена экситоном оба партнера куперовской пары должны попасть в слой $\sim a$ вблизи границы раздела, что имеет вероятность $\sim (a/L)^2$; следовательно, в первом порядке по a/L экситонный механизм никак не проявляется. Если продолжить разложение (1), выделив из коэффициентов безразмерную константу взаимодействия λ_0 для объемного металла:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{A}{\lambda_0} \frac{a}{L} + \frac{B(\omega_{ex})}{\lambda_0} \left(\frac{a}{L}\right)^2 + \dots, \quad (3)$$

то оценки коэффициентов дают²⁾

$$B(\omega_{ex}) = B_0 + B_1 \lambda_0 \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}, \quad A, B_0, B_1 \sim 1, \quad (4)$$

¹⁾ Современные технологии позволяют изготавливать достаточно однородные пленки с толщиной несколько ангстрем [3], однако их сильная неупорядоченность приводит к подавлению сверхпроводимости за счет локализационных эффектов [4].

²⁾ Подчеркнем, что этот результат не содержится в формуле Мак-Миллана, что, по-видимому, является основной причиной того, что он не был замечен ранее. На качественном уровне он может быть получен из решения уравнений Элиашберга для однородного случая, если взять функцию Элиашберга в виде $\lambda_{ph} \omega_{ph} \delta(\omega - \omega_{ph}) + \lambda_{ex} \omega_{ex} \delta(\omega - \omega_{ex})$ и считать, что $\lambda_{ex} \sim a/L$.

т. е. коэффициент при $(a/L)^2$ действительно расходится при $\omega_{ex} \rightarrow \infty$. Происхождение множителей λ_0^{-1} в (3) связано с тем, что вариация формулы БКШ $T_c \sim \bar{\omega} \exp(-1/\lambda)$ по $\bar{\omega}$ и λ дает для $\delta T_c/T_{c0}$ соответственно $\delta \bar{\omega}/\bar{\omega}$ и $\delta \lambda/\lambda_0^2$, т. е. относительные изменения λ усилены множителем λ_0^{-1} по сравнению с относительными изменениями $\bar{\omega}$. Согласно (3), (4) отношение вклада экситонного механизма к полному изменению T_c имеет порядок

$$\frac{(\delta T_c)_{ex}}{(\delta T_c)_{tot}} \sim \frac{a}{L} \lambda_0 \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}. \quad (5)$$

Ограничения, связанные с толмачевским логарифмом [2], дают $\omega_{ex}/\omega_{ph} \lesssim 10^2$ и для типичных значений $\lambda_0 = 0.2-0.3$ ³⁾ имеем $\lambda_0 \ln(\omega_{ex}/\omega_{ph}) \sim 1$, так что при $L \gg a$ относительный вклад экситонного механизма всегда мал. Это означает, что попытки изучения экситонного механизма в «режиме малых добавок» обречены на провал: при нанесении на пленку диэлектрического покрытия изменение T_c будет определяться всем, чем угодно, кроме экситонного механизма. По-видимому, в этом основная причина отсутствия экспериментальных проявлений последнего.

Для произвольной пространственно-неоднородной сверхпроводящей системы выражение для T_c , естественно, не может быть получено, однако это возможно для случая локальной пространственной неоднородности, когда последняя сосредоточена в области с характерным размером d , малым по сравнению с длиной когерентности ξ_0 или общим размером системы L (при $L \lesssim \xi_0$). Соответствующие формулы были получены в [6, 7] и применялись авторами для исследования локализации параметра порядка, квантовых осцилляций T_c , зависимости вклада в T_c границы раздела двух материалов от их параметров и т. д. [6-9]. Все эти работы основаны на уравнении Горькова [10, 11], которое не позволяет учитывать зависимость от координат частоты обрезания $\bar{\omega}$; в приближении слабой связи зависимость $\bar{\omega}(\mathbf{r})$ обычно приводит лишь к малым поправкам, определяемым параметром

$$\lambda_0 \ln \frac{\bar{\omega}_{max}}{\bar{\omega}_{min}} \ll 1. \quad (6)$$

Однако в случае сильной несоизмеримости частот, $\bar{\omega}_{max} \gg \bar{\omega}_{min}$, условие (6) может нарушаться даже при $\lambda_0 \ll 1$; именно такая ситуация имеет место для сэндвича Гинзбурга.

В настоящей работе формулы для T_c , аналогичные выведенным в [6, 7], получаются на основе пространственно-неоднородных уравнений Элиашберга [10]. Поскольку сама по себе идея Гинзбурга не зависит от природы высочастотных бозевских возбуждений, используются уравнения Элиашберга для электрон-фононного взаимодействия. Фактически их структура сохраняется при обмене любыми бозонами с частотой, малой по сравнению с энергией Ферми ϵ_F : в особенности это относится к пределу локального взаимодействия (разд. 3), который не содержит никакой детальной информации о фононах.

³⁾ Подчеркнем, что λ понимается в смысле теории БКШ; значения $\lambda \sim 1$ получаются при использовании формул типа Мак-Миллана, в которых вместо $1/\lambda_{BCS}$ стоит комбинация типа $(1 + \lambda)/(\lambda - \mu^*)$, где μ^* — кулоновский псевдопотенциал [2].

2. ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛИАШБЕРГА

Возьмем гамильтониан электрон-фононного взаимодействия в виде

$$H_{int} = - \int d\mathbf{r} \hat{\psi}_\sigma^+(\mathbf{r}) \mathbf{u}_n \mathbf{g}_n(\mathbf{r}) \hat{\psi}_\sigma(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где $\hat{\psi}_\sigma^+$ и $\hat{\psi}_\sigma$ — электронные операторы, \mathbf{u}_n — вектор смещения n -го иона, $\mathbf{g}_n(\mathbf{r})$ — деформационный потенциал, в приближении жестких ионов равный [12]

$$\mathbf{g}_n(\mathbf{r}) = \nabla U_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n), \quad (8)$$

где $U_n(\mathbf{r})$ — потенциал n -го иона, \mathbf{R}_n — его положение в равновесии. Следуя стандартной процедуре [10], получим пространственно-неоднородные уравнения Элиашберга ($x = (\mathbf{r}, \tau)$)

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu \right) G(x, x') = \delta(x - x') - \int dx_1 G(x, x_1) D(x, x_1) G(x, x') + \int dx_1 F(x, x_1) D(x, x_1) F^+(x_1, x'), \quad (9)$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu \right) F(x, x') = - \int dx_1 G(x, x_1) D(x, x_1) F(x_1, x') - \int dx_1 F(x, x_1) D(x, x_1) G(x', x_1),$$

где G и F — нормальная и аномальная электронные функции Грина, μ — химический потенциал. В отличие от уравнений (35.2) в книге [10], в (9) все величины зависят от двух координат, а не от их разности, оператор $\hat{p}^2/2m$ заменен на одночастичный гамильтониан \hat{H}_0 общего вида и константа взаимодействия g включена в определение фононной функции Грина:

$$D(x, x') = \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{n, n'} g_n^\alpha(\mathbf{r}) g_{n'}^{\alpha'}(\mathbf{r}') D_{nn'}^{\alpha\alpha'}(\tau - \tau'), \quad (10)$$

где $D_{nn'}^{\alpha\alpha'}$ — узловая функция Грина, выражающаяся через собственные векторы $B_\alpha^{(s)}(n)$ и собственные значения ω_s^2 динамической матрицы [13]:

$$D_{nn'}^{\alpha\alpha'}(\Omega) = -\frac{\hbar}{\sqrt{M_n M_{n'}}} \sum_s \frac{B_\alpha^{(s)}(n) B_{\alpha'}^{(s)}(n')}{\Omega^2 + \omega_s^2}, \quad (11)$$

M_n — масса n -го иона, Ω — мацубаровская частота.

Для определения T_c уравнения (9) должны быть линеаризованы по F ; переписывая их в символическом виде

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu + GD \right) G = 1, \quad \left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu + GD \right) F = -FDG \quad (12)$$

и замечая, что G является функцией Грина оператора в круглых скобках, представим второе уравнение (12) в виде $F = -GFDG$, что в развернутой записи после перехода к мацубаровским частотам и комплексного сопряжения дает

$$F_{\omega}^{+}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\Omega} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 G_{-\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) D_{\Omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) F_{\omega-\Omega}^{+}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) G_{\omega}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'). \quad (13)$$

Вводя параметр порядка

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\Omega} F_{\omega-\Omega}^{+}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') D_{\Omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (14)$$

перепишем (13) в виде

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\omega'} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 D_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') G_{-\omega'}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) G_{\omega'}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}') \Delta_{\omega'}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (15)$$

В (13)–(15) Ω — бозевская, а ω и ω' — фермиевские частоты. Заметим, что (15) содержит лишь перенормированные функции Грина.

3. ПРЕДЕЛ ЛОКАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Уравнение (15) по форме напоминает уравнение Горькова [10, 11] и переходит в него при использовании двух аппроксимаций, характерных для теории БКШ:

$$D_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow -V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (16)$$

$$V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \rightarrow V(\mathbf{r}) \theta(\bar{\omega} - |\omega|) \theta(\bar{\omega} - |\omega'|) \quad (17)$$

(при этом $\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \Delta(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \theta(\bar{\omega} - |\omega|)$). Аппроксимация (17) соответствует пренебрежению координатной зависимостью частоты обрезания и в дальнейшем использоваться не будет: это не приведет к усложнениям, так как все необходимые уравнения могут быть решены методом выделения логарифмической сингулярности [2, стр. 90].

Аппроксимация (16) соответствует физически наглядному пределу локального взаимодействия, и ее использование имеет множество преимуществ: а) позволяет получить простые и наглядные результаты; б) не требует предположений о форме ферми-поверхности; в) не содержит детальной информации об электрон-фононном взаимодействии (так как, фактически, в (16) вводится константа взаимодействия $V_{\omega}(\mathbf{r})$ с произвольной зависимостью от частоты и координат) и допускает непосредственное обобщение на другие типы взаимодействий; г) структура выражения для T_c оказывается такой же, как при использовании уравнения Горькова, и результаты работ [6–9] автоматически обобщаются на случай зависящей от координат частоты обрезания. Утверждение об отсутствии экситонного механизма в первом порядке по a/L может быть доказано и при учете нелокальности взаимодействия, но соответствующие выражения весьма громоздки.

Подчеркнем, что локальный предел представляет собой физическую аппроксимацию и не может быть введен строго. Действительно, если предположить короткодействующий характер функции $D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и записать

$$D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int d\mathbf{r}'' D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}''), \quad (18)$$

то интеграл оказывается равным нулю из-за обращения в нуль интеграла от $\mathbf{g}_n(\mathbf{r})$, так как деформационный потенциал создается перераспределением плотности заряда и может быть представлен в виде суперпозиции полей диполей; для приближения жестких ионов это непосредственно видно из (8). Физическая разумность локального приближения обусловлена тем, что выражение для T_c эффективно определяется интегралом (18) по области $|\mathbf{r}'| \lesssim k_F^{-1}$, где k_F — фермиевский импульс: в этом можно убедиться из результата для пространственно-однородного случая [2, гл. 4].

Принимая аппроксимацию (16), имеем $\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Delta_{\omega}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, и (15) принимает вид

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}) = T \sum_{\omega'} V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \int d\mathbf{r}' K_{\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Delta_{\omega'}(\mathbf{r}'), \quad (19)$$

$$K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{-\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) G_{\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}). \quad (20)$$

При наличии инвариантности относительно обращения времени ядро $K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ симметрично относительно перестановки \mathbf{r} и \mathbf{r}' и положительно; при использовании в качестве $G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ одночастичных функций Грина оно удовлетворяет правилу сумм [11]:

$$\int d\mathbf{r}' K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\pi}{|\omega|} N(\mathbf{r}), \quad (21)$$

где $N(\mathbf{r})$ — локальная плотность состояний на уровне Ферми,

$$N(\mathbf{r}) = \sum_n |\psi_n(\mathbf{r})|^2 \delta(\epsilon_F - \epsilon_n), \quad (22)$$

определяемая одночастичными собственными функциями $\psi_n(\mathbf{r})$ и собственными значениями ϵ_n . При учете многочастичных эффектов соотношение (21) можно считать определением локальной плотности состояний $N(\mathbf{r})$; в пространственно-однородном случае именно эта величина (не зависящая от \mathbf{r}) входит в формулу БКШ.

4. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ T_c В СЛУЧАЕ ЛОКАЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Пусть система пространственно-неоднородна вдоль одной координаты z , причем неоднородность локализована при $|z| \lesssim d$; ввиду независимости $\Delta_{\omega}(\mathbf{r})$ от продольной координаты \mathbf{r}_{\parallel} уравнение (19) имеет вид

$$\Delta(z) = \int dz' \hat{Q}(z, z') \Delta(z'), \quad (23)$$

где $\Delta = (\Delta_{\omega_1}, \Delta_{\omega_2}, \dots)$. Если поперечный размер системы $L \ll \xi_0$, то решение можно искать в виде [6, 7]

$$\Delta(z) = \psi + \Delta_0(z), \quad (24)$$

где функция ψ не зависит от z , а $\Delta_0(z)$ локализована при $|z| \lesssim d$. Подставляя (24) в (23), имеем

$$\psi = \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \psi + \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \Delta_0(z'), \quad (25)$$

$$\Delta_0(z) = \int dz' [\hat{Q}(z, z') - \hat{Q}(\infty, z')] \psi + \int dz' [\hat{Q}(z, z') - \hat{Q}(\infty, z')] \Delta_0(z'), \quad (26)$$

где учтено, что при $|z| \gtrsim d$ ядро $\hat{Q}(z, z')$ не зависит от z и равно $\hat{Q}(\infty, z')$. Из правила сумм (21) следует оценка $\hat{Q} \sim 1/L$, и последние члены в (25), (26) имеют малость $\sim d/L$; для вычисления T_c с точностью d/L включительно можно опустить последний член в (26) и подставить полученный результат для $\Delta_0(z)$ в (25). Воспользовавшись тем, что $K_\omega(\infty, z') \approx L^{-1} \int dz K_\omega(z, z')$ и учитывая (21), получим уравнение для ψ , в развернутой записи имеющее вид

$$\psi_\omega = \pi T \sum_{\omega'} \frac{L(\omega, \omega')}{|\omega'|} \psi_{\omega'}, \quad (27)$$

$$L(\omega, \omega') = V_{\omega-\omega'}(\infty)N(\infty) + \frac{1}{L} \int dz \pi T \sum_{\omega''} \frac{1}{|\omega''|} V_{\omega-\omega'}(\infty)N(z) \times \\ \times [V_{\omega''-\omega'}(z)N(z) - V_{\omega''-\omega'}(\infty)N(\infty)]. \quad (28)$$

Уравнение (27) может быть решено методом выделения логарифмической сингулярности⁴⁾. Воспользовавшись тем, что при суммировании по фермиевским частотам

$$\pi T \sum_{|\omega| < \bar{\omega}} \frac{1}{|\omega|} = \ln \frac{1.14\bar{\omega}}{T}, \quad (29)$$

перепишем (27) в виде

$$\psi_\omega = L(\omega, \omega_0) \psi_{\omega_0} \ln \frac{1.14\bar{\omega}}{T} + f(\omega), \quad (30)$$

где $\omega_0 = \pi T$ и введена функция

$$f(\omega) = \pi T \sum_{|\omega'| > \bar{\omega}} \frac{L(\omega, \omega') \psi_{\omega'}}{|\omega'|} + \pi T \sum_{|\omega'| < \bar{\omega}} \frac{L(\omega, \omega') \psi_{\omega'} - L(\omega, \omega_0) \psi_{\omega_0}}{|\omega'|}. \quad (31)$$

Полагая в (30) $\omega = \omega_0$ и $L(\omega_0, \omega_0) \approx L(0, 0)$, имеем результат для T_c :

$$T_c = 1.14\bar{\omega} e^{-1/L(0,0)}, \quad (32)$$

где $\bar{\omega}$ определена условием $f(\omega_0) = 0$. Переходя в (31) от суммирования к интегрированию и подставляя ψ_ω в главное логарифмическое приближение (т. е. в пренебрежении $f(\omega)$ в (30)), получаем для $\bar{\omega}$

⁴⁾ Использование этого метода непосредственно в мацубаровском представлении значительно проще, чем с предварительным использованием аналитического продолжения [2, гл. 4] и приводит к тем же результатам.

$$\ln \bar{\omega} = -\frac{1}{L^2(0,0)} \int_0^{\infty} \ln \omega [L(0,\omega)L(\omega,0)]'_\omega d\omega. \quad (33)$$

Подстановка (28) в (32), (33) и разложение по d/L дает для изменения T_c по сравнению со значением T_{c0} для пространственно-однородной системы выражение

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} \int dz W_0 N(z) [W(z)N(z) - W_0 N_0], \quad (34)$$

где $\lambda_0 = V_0(\infty)N(\infty)$, $W_0 = W(\infty) = V_0(\infty)$ и введена функция

$$W(z) = V_0(z) - 2N(\infty) \int_0^{\infty} d\omega \ln \frac{\omega}{\bar{\omega}} [V_\omega(\infty)V_\omega(z)]'_\omega, \quad (35)$$

в которой $\bar{\omega}$ берется в нулевом приближении,

$$\ln \bar{\omega} = -\frac{1}{V_0^2(\infty)} \int_0^{\infty} d\omega \ln \omega [V_\omega^2(\infty)]'_\omega, \quad (36)$$

соответствующем пространственно-однородной системе (так что $T_{c0} = 1.14\bar{\omega} \times \exp(-1/\lambda_0)$). Если $V_\omega(z)$ как функция частоты имеет ступенчатый вид

$$V_\omega(z) = V(z)\theta(\bar{\omega}(z) - |\omega|), \quad (37)$$

то из (36) следует $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\infty)$ и (35) дает

$$W(z) = V(z) \left[1 + \lambda_0 \ln \frac{\min\{\bar{\omega}(\infty), \bar{\omega}(z)\}}{\bar{\omega}(\infty)} \right]. \quad (38)$$

При $\bar{\omega}(z) = \text{const}$ получим $W(z) = V(z)$, и формула (34) переходит в результат работы [7]; мы видим, что учет зависимости от координат частоты обрезания не меняет структуры формулы (34), но приводит лишь к замене $V(z)$ на более сложную функцию $W(z)$.

Для сэндвича Гинзбурга интеграл в (34) определяется областью $|z| \lesssim a$ вблизи границы раздела и относительное изменение T_c оказывается $\sim a/L$. Существенно, что функция $V_\omega(z)$, которая при $|z| \lesssim a$ содержит информацию об экситонной частоте ω_{ex} (рис. 2), входит в (35) лишь в произведении с функцией $V_\omega(\infty)$, быстро убывающей при $|\omega| \gtrsim \omega_{ph}$. В результате ω_{ex} не входит в выражения (34), (35), определяющие T_c : для приближения (37) это непосредственно видно из (38). Этот качественный результат сохраняется во всех порядках по λ_0 (выражения (34), (35) получены итерациями по этому параметру). Действительно, рассмотрим уравнение на собственные значения

$$\nu\psi_\omega = \pi T \sum_{\omega'} \frac{V_{\omega-\omega'}(\infty)N(\infty)}{|\omega'|} \psi_{\omega'}, \quad (39)$$

которое при $\nu = 1$ совпадает с уравнением (27) для пространственно-однородной системы. Если $\nu(T)$ — максимальное собственное значение (39), то T_{c0} определяется условием $\nu(T_{c0}) = 1$. Пусть $\bar{\psi}_\omega$ и $\bar{\bar{\psi}}_\omega$ — решение уравнения (39) и союзного к нему

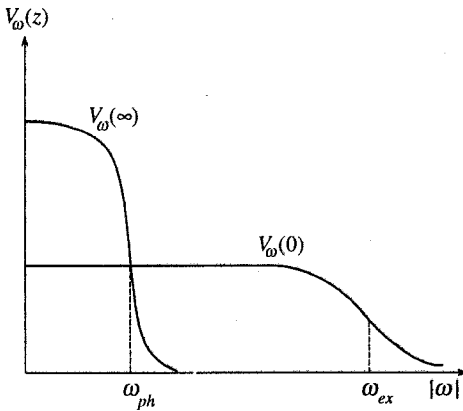


Рис. 2. Характерное поведение $V_\omega(z)$ от ω в глубине металлической пленки ($z = \infty$) и на границе раздела металл-диэлектрик ($z = 0$)

при $\nu = 1$; тогда учет члена $\sim d/L$ в (28) по теории возмущений приводит к результату

$$\delta T_c = -\frac{1}{\nu'(T_{c0})\lambda_0^2 L} \int dz W_0 N(z) [W(z)N(z) - W_0 N_0] \quad (40)$$

с функцией $W(z)$ вида

$$W(z) = \frac{\lambda_0}{\pi T} \sum_\omega |\omega|^{-1} (\bar{\psi}_\omega)^2 \pi T \sum_{\omega'} \frac{\bar{\psi}_{\omega'}}{|\omega'|} \pi T \sum_{\omega''} \frac{\bar{\psi}_{\omega''}}{|\omega''|} V_{\omega''-\omega'}(z), \quad (41)$$

где учтено, что $\bar{\bar{\psi}}_\omega = |\omega|^{-1} \bar{\psi}_\omega$. Исследование уравнения (39) показывает, что $\bar{\psi}_\omega$ убывает при увеличении ω на масштабе ω_{ph} ; поэтому суммирование по частотам в (41) эффективно ограничено областью $|\omega'| \lesssim \omega_{ph}$, $|\omega''| \lesssim \omega_{ph}$, и информация об ω_{ex} , содержащаяся в $V_{\omega''-\omega'}(z)$, по-прежнему не входит в ответ.

5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ГИНЗБУРГА

Итерируя (25), (26) до второго порядка по d/L включительно,

$$\begin{aligned} \psi = & \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \psi + \int dz' \int dz'' \hat{Q}(\infty, z') [\hat{Q}(z', z'') - \hat{Q}(\infty, z'')] \psi + \\ & + \int dz' \int dz'' \int dz''' \hat{Q}(\infty, z') [\hat{Q}(z', z'') - \hat{Q}(\infty, z'')] [\hat{Q}(z'', z''') - \hat{Q}(\infty, z''')] \psi, \quad (42) \end{aligned}$$

получаем уравнение (27), в котором функция $L(\omega, \omega')$ отличается от (28) дополнительным вкладом $\sim (d/L)^2$, приводящим к поправке второго порядка к T_c :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_2 = & \frac{1}{\lambda_0} \frac{1}{V_0(\infty)} \frac{1}{L} \int dz' dz'' N(z') \pi T \sum_{\omega'} \frac{V_{\omega'}(\infty)}{|\omega'|} T \times \\ & \times \sum_{\omega''} [V_{\omega'-\omega''}(z') K_{\omega''}(z', z'') - V_{\omega'-\omega''}(\infty) K_{\omega''}(\infty, z'')] \pi T \times \\ & \times \sum_{\omega'''} \frac{V_{\omega'''}(\infty)}{|\omega'''|} [V_{\omega''-\omega'''}(z'') N(z'') - V_{\omega''-\omega'''}(\infty) N(\infty)]. \quad (43) \end{aligned}$$

Суммирование по ω', ω''' ограничено областью $|\omega'|, |\omega'''| \lesssim \bar{\omega} \sim \omega_{ph}$; выполняя их с логарифмической точностью и выделяя вклад области высоких частот, получаем изменение T_c , обусловленное экситонным механизмом:

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} V_0(\infty) \int dz' dz'' N(z') N(z'') T \sum_{|\omega| > \bar{\omega}} V_\omega(z') K_\omega(z', z'') V_\omega(z''). \quad (44)$$

Если для сэндвича (см. рис. 1) локальная плотность состояний $N(z)$ меняется вблизи границы раздела более резко, чем $V_\omega(z)$, то с учетом правила сумм можно положить

$$K_\omega(z, z') \simeq \frac{\pi N_0}{|\omega| L} \theta(z) \theta(z'), \quad N(z) = N_0 \theta(z), \quad (45)$$

откуда

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} \simeq \frac{1}{\lambda_0^2 L^2} \int_0^L dz' \int_0^L dz'' \pi T \sum_{|\omega| > \bar{\omega}} \frac{V_\omega(z') V_\omega(z'')}{|\omega|}. \quad (46)$$

Ввиду логарифмической зависимости подынтегрального выражения от частоты обрезания область применимости (46) оказывается достаточно широкой. В простейшем предположении

$$V_\omega(z) = \begin{cases} V_0 \theta(\omega_{ph} - |\omega|), & z > a, \\ V_1 \theta(\omega_{ex} - |\omega|), & z < a \end{cases} \quad (47)$$

получим

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} \simeq \left(\frac{a}{L}\right)^2 \frac{V_1^2}{V_0^2} \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}. \quad (48)$$

Поскольку трудно ожидать, что константа взаимодействия V_1 для высокочастотных возбуждений окажется выше, чем для низкочастотных (V_0), то вклад экситонного механизма (48) всегда мал по сравнению с главным вкладом $\sim a/\lambda_0 L$, следующим из (34).

6. МОДЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ В ПЕРВОМ ПОРЯДКЕ ПО a/L И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Проведем вычисления по формуле (34) в простейших модельных предположениях: функция $W(z)$ кусочно-постоянна, принимает значения W_0 и W_1 соответственно в металле и диэлектрике, а спектры последних имеют вид

$$\epsilon_M(k) = \frac{k^2}{2m}, \quad \epsilon_D(k) = \frac{k^2}{2m} + U, \quad (49)$$

причем $U > \epsilon_F$, где ϵ_F — энергия Ферми металла. Для тонкого слоя диэлектрика толщины d внутри металлической пленки толщины L выражение для $N(z)$ имеет вид

$$N(z) = \frac{m}{(2\pi)^2} \int_{q_0}^{k_0} dq \frac{q}{k} H(k, iq, z) \Big|_{k=\sqrt{k_0^2 - q^2}}, \quad (50)$$

где

$$q_0 = \sqrt{k_0^2 - k_F^2}, \quad k_0 = \sqrt{2mU},$$

а функция $H(k, iq, z)$ определена формулой (22) работы [9]. Рассмотрим два предельных случая, соответствующих узкозонному и широкозонному диэлектрикам.

а) $0 < U - \epsilon_F \ll U$

Результат для $U \rightarrow \epsilon_F$, когда $q_0 \rightarrow 0$, совпадает с пределом $q_F \rightarrow 0$ в формуле (24) работы [9]:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left[\frac{W_1}{W_0} P_1(k_0 d) + P_2(k_0 d) \right], \quad (51)$$

где функции $P_1(x)$ и $P_2(x)$ приведены в [9] на рис. 2. Результат при конечных, но малых q_0 отличается от (51) лишь тем, что при $d \gtrsim q_0^{-1} \gg k_0^{-1}$ степенной выход на константу при $d \rightarrow \infty$, описываемый функциями $P_1(x)$ и $P_2(x)$, сменяется на экспоненциальный. В зависимости от величины отношения W_1/W_0 реализуется один из трех типов кривых, показанных на рис. 3а.

б) $U \gg \epsilon_F$

В этом случае $q_0 \approx k_0$ и пределы интегрирования в (50) оказываются близкими. Полагая $q \approx k_0$ и проводя разложение по k_F/k_0 , получаем для $W_1/W_0 \sim k_0^2/k_F^2$

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \begin{cases} \left(\frac{W_1}{W_0} - \frac{k_0^2}{2k_F^2} \right) k_F d, & k_0 d \ll k_F/k_0, \\ -\frac{2\pi}{3} \frac{k_F^2}{k_0^2} \frac{1}{(k_0 d)^2} + \frac{16}{9} \frac{k_F^5}{k_0^5} \frac{W_1}{W_0} \frac{1}{(k_0 d)^3}, & k_F/k_0 \ll k_0 d \ll 1, \\ \frac{1}{3} \frac{k_F^3}{k_0^3} \left(\frac{W_1}{W_0} \frac{2k_F^2}{3k_0^2} - 1 \right) - \frac{8\pi}{3} \frac{k_F^2}{k_0^2} e^{-2k_0 d}, & k_0 d \gg 1. \end{cases} \quad (52)$$

Аналогично предыдущему случаю, в зависимости от отношения W_1/W_0 для зависимости $T_c(d)$ имеет место одна из трех характерных кривых (рис. 3б). Любопытно, что все три типа кривых наблюдались в [14] на сэндвичах Pb-Si, Pb-Ge, Pb-C (рис. 3е); поскольку в эксперименте, очевидно, реализуется случай $U \sim \epsilon_F$, то экспериментальные кривые являются промежуточными между кривыми рис. 3а и 3б.

Обратим внимание, что при $\bar{\omega}(z) = \text{const}$, когда $W(z) = V(z)$, интуитивно очевидное условие $V_1 > V_0$ является недостаточным для повышения T_c ; требуется более сильное условие

$$\frac{V_1}{V_0} > C, \quad C = \begin{cases} 3/2, & U - \epsilon_F \ll \epsilon_F, \\ U/2\epsilon_F, & U \gg \epsilon_F, \end{cases} \quad (53)$$

которое в случае широкозонного диэлектрика оказывается очень жестким. Дело в том, что при $V(z) = \text{const}$ размытие ступенчатого вида (45) для $N(z)$ на величину δ имеет отрицательный эффект $\sim \delta$ (см. (34)); он может быть скомпенсирован положительным эффектом $\sim \delta(V_1 - V_0)/V_0$, связанным с повышением константы V в диэлектрике, что и дает условие (53) с $C > 1$.

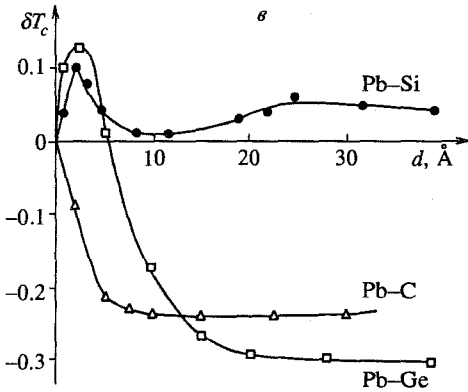
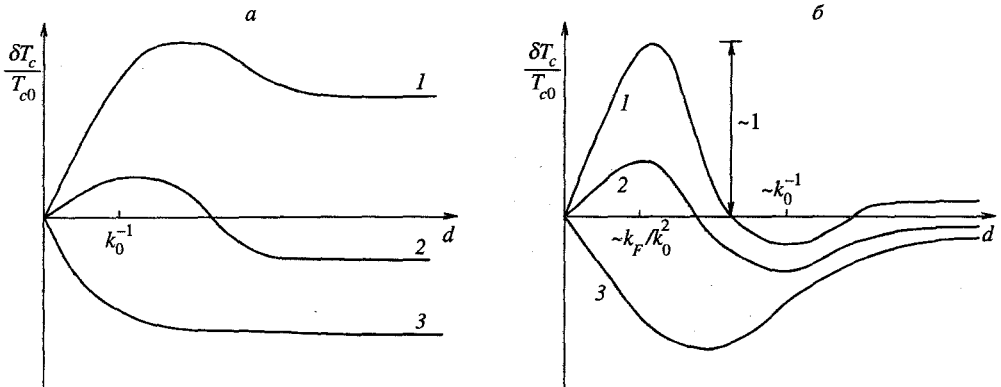


Рис. 3. (а) Теоретическая зависимость T_c сэндвича металл-диэлектрик в зависимости от толщины слоя диэлектрика для узкозонного диэлектрика ($U - \epsilon_F \ll \epsilon_F$): кривые 1, 2 и 3 соответствуют случаям $W_1/W_0 > 7/2$, $3/2 < W_1/W_0 < 7/2$ и $W_1/W_0 < 3/2$; (б) то же для широкозонного диэлектрика ($U \gg \epsilon_F$) при $W_1/W_0 > 3k_0^2/k_F^2$ (кривая 1), $3k_0^2/k_F^2 > W_1/W_0 > k_0^2/2k_F^2$ (кривая 2) и $W_1/W_0 < k_0^2/2k_F^2$ (кривая 3); (в) экспериментальная зависимость T_c от d в сэндвичах Pb-Si, Pb-Ge и Pb-C по данным работы [14]

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вопрос об эффективности экситонного механизма в слоистых системах имеет множество аспектов, большая часть которых не обсуждалась в настоящей работе: имеются ли в диэлектрике подходящие экситоны, проникают ли они в достаточной степени в металлическую пленку, приводит ли обмен экситонами к межэлектронному притяжению, имеет ли это притяжение достаточную величину и т. д. Утверждение работы состоит в том, что даже при самой благоприятной ситуации, когда ответ на все эти вопросы положительный (и, следовательно, при $L \sim a$ должны достигаться высокие значения T_c), проявления экситонного механизма в системах с $L \gg a$ будут практически ненаблюдаемыми. Поэтому неудачные попытки обнаружения экситонного механизма в сэндвичах не должны служить аргументом против его поисков в квазидвумерных системах.

Литература

1. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **47**, 2318 (1964); Phys. Lett. **13**, 101 (1964).
2. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница, Наука, Москва (1977).
3. S. M. Durkin, J. E. Cunningham, M. E. Mochel, and C. P. Flynn, J. Phys. F **11**, L223 (1981).
4. Б. Н. Белевцев, УФН **160**, 65 (1990).
5. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ **46**, 397 (1964).
6. И. М. Суслов, ЖЭТФ **95**, 949 (1989).
7. И. М. Суслов, СФХТ **4**, 2093 (1991).
8. Ю. А. Кротов, И. М. Суслов, ЖЭТФ **102**, 670 (1992); **103**, 1394 (1993); Physica C **213**, 421 (1993); **245**, 252 (1995).
9. Ю. А. Кротов, И. М. Суслов, ЖЭТФ **107**, 512 (1995).
10. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* Физматгиз, Москва (1962).
11. P. G. De Gennes, Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
12. Дж. Займан, *Электроны и фононы*, ИИЛ, Москва (1962).
13. A. A. Maradudin, E. W. Montroll, G. H. Weiss, and I. P. Ipatova, *Theory of Lattice Dynamics in the Harmonic Approximation*, Academic Press, New York-London (1971).
14. А. Ф. Орлов, А. К. Милай, В. П. Дмитриев, ФТТ **18**, 1470 (1976).