# О возможности наблюдения закона Березинского

И.М.Суслов

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН,

119334, Москва, Россия

Локализационный закон Березинского $\sigma(\omega) \propto -i\omega$ для частотно-зависящей проводимости никогда не подвергался сомнению, но при этом не наблюдался экспериментально. Обсуждаются возможности его наблюдения и возникающие на этом пути экспериментальные трудности.

Локализационный закон $\sigma(\omega) \propto -i\omega$ для частотно-зависящей проводимости был получен Березинским в 1973 году [1] для одномерных неупорядоченных систем. Из самосогласованной теории Вольхардта–Вольфле [2] следует, что такой же результат справедлив в локализованной фазе для систем произвольной размерности $d$. Как показано в недавней работе автора [3], этот результат сохраняется в системах конечного размера $L$ при произвольной степени беспорядка; причина этого в том, что конечная система топологически нульмерна и ее эффективная размерность меньше нижней критической ($d_{c1} = 2$).

В теоретическом сообществе закон Березинского никогда не подвергался сомнению, но при этом он никогда не наблюдался экспериментально. Причина этого прояснилась после работы [3]: результат Березинского относится к закрытым системам, тогда как большинство реальных систем — открытые. В открытых же системах происходит замена $-i\omega \to -i\omega + \gamma$ ($\gamma$ — неупругое затухание) и зависимость $\sigma(\omega) \propto -i\omega$ превращается в обычное металлическое поведение.

Возможность реализации закрытых систем стала ясна после наблюдения в неупорядоченных системах (в геометрии Ааронова–Бома) незатухающего тока [4, 5, 6], предсказанного в работе [7]. Фактически незатухающий ток является следствием закона Березинского, согласно которому проводимость имеет бездиссипативный характер. Условие его наблюдения состоит в том, что размер неупорядоченного колечка $L$ должен быть мал по сравнению с неупругой длиной $L_{in}$, зависящей от температуры $T$; характерные масштабы в указанных экспериментах составляли $L \sim 1\mu m$, $T \sim 100mK$. Если считать, что $L_{in} \propto T^{-2}$, то в гелиевой области ($T \sim 1K$) система остается закрытой при $L \lesssim 10nm$.

Обсудим несколько экспериментальных ситуаций, в которых возможно наблюдение закона Березинского.

1. В качестве первого варианта рассмотрим островковую пленку неупорядоченного металла, лежащую на диэлектрической подложке (рис.1). Для наглядности предположим, что островки имеют одинаковый размер $L$, который монотонно увеличивается в процессе напыления пленки [1]. Тогда при $L \lesssim L_{in}$ будет реализовываться закон Березинского (рис.1,а), а при $L \gtrsim L_{in}$ — обычная металлическая проводимость (рис.1,б). Переход от одного режима к другому можно наблюдать как при изменении $L$, так и при изменении температуры.

На первый взгляд, описанный эксперимент является очень простым, однако в нем имеется "узкое место". Из соотношения $\epsilon \sim i\sigma/\omega$ ясно, что зависимость $\sigma \propto -i\omega$ соответствует постоянной диэлектрической проницаемости $\epsilon$, так что неупорядоченная система является обычным диэлектриком. Поэтому свойства пленки в режиме закона Березинского принципиально не отличаются от свойств диэлектрической подложки, и вклад первой в проводимость оказывается пренебрежимо малым по сравнению со вкладом последней. Толщина пленки на 6–7 порядков меньше толщины подложки, но соответствующая малость может быть частично скомпенсирована большой величиной диэлектрической проницаемости пленки $\epsilon_1$ по сравнению с ее значением $\epsilon_0$ для подложки. По порядку величины $\epsilon_1 \sim \xi^2/a_0^2$ ($\xi$ — радиус

[1] В действительности имеется некоторое распределение островков по размеру, которое в процессе напыления сдвигается в сторону больших $L$.

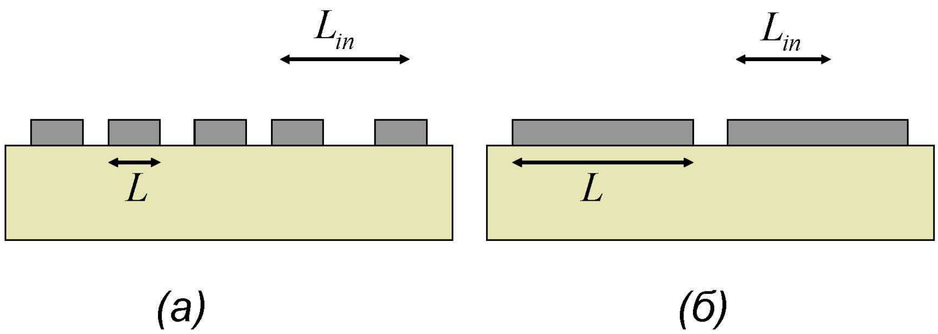


Рис. 1: В случае островковой пленки закон Березинского наблюдается при условии малости размера островков $L$ по сравнению с неупругой длиной $L_{in}$ (а), тогда как при обратном соотношении справедливо металлическое поведение (б).

локализации волновых функций, $a_0$ — межатомное расстояние), с насыщением на значении $L^2/a_0^2$ при росте $\xi$. Если металлическая пленка является слабо неупорядоченной [2], то при $L \sim 10nm$ ее диэлектрическая проницаемость $\epsilon_1$ может превышать $\epsilon_0$ на 3–4 порядка.

Процедура эксперимента представляется следующим образом. Эксперимент проводится *in citu* и начинается с измерения температурной и частотной зависимости проводимости подложки, результаты которого записываются в файл. Далее напыляется небольшое количество металлических атомов, и опять измеряется проводимость с записью результатов в файл; опять производится напыление и т.д. Двигаясь небольшими шагами, нужно выйти в режим, когда вклад пленки хорошо различим на фоне вклада подложки, после чего начинаются реальные измерения.

2. Вторым примером является нанокомпозитная система [9, 10], представляющая собой диэлектрический образец с внедренными в него металлическими гранулами (рис.2). Объемная концентрация металла $p$ может быть довольно большой, так что ожидается эффект порядка единицы, который выглядит легко наблюдаемым. Однако, и здесь имеется "подводный камень". Воспользуемся формулой из книги Ландау и Лифшица [12]

$$\frac{\bar{\epsilon}-\epsilon_0}{\epsilon_0} = p\,\frac{3(\epsilon_1-\epsilon_0)}{2\epsilon_0+\epsilon_1} \approx 3p - 9p\frac{\epsilon_0}{\epsilon_1}\,, \qquad (1)$$

справедливой для малой концентрации сферических гранул: она определяет среднюю диэлектрическую проницаемость $\bar{\epsilon}$ системы (рис.2,а) через диэлектрические проницаемости диэлектрика $\epsilon_0$ и металла $\epsilon_1$. Поскольку $\epsilon_1 \gg \epsilon_0$, то главный вклад $3p$ представляет собой малоинтересную константу, тогда как полезный вклад, зависящий от $\epsilon_1$, содержит два малых параметра $p$ и $\epsilon_0/\epsilon_1$. В связи с этим возникает проблема репера, т.е. необходимость иметь в качестве эталона такой же в точности образец, но без металлических гранул. К счастью, такая проблема отсутствует в одной из технологий [9, 10, 11], когда при изготовлении нанокомпозитов используется пористое стекло, в которое внедряются металлические гранулы (с подходящим размером $7nm$); тем самым один и тот же образец может измерен как при наличии, так и при отсутствии гранул. Заметим, что в рассматриваемой системе (в отличие от предыдущего случая) желательно иметь металл в сильно неупорядоченном состоянии, чтобы увеличить отношение $\epsilon_0/\epsilon_1$.

3. Формула (1) основана на решении известной задачи о диэлектрическом шаре во внешнем электрическом поле [12]. Поскольку решение подобной задачи возможно для эллипсоида с произвольным соотношением его полуосей $a$, $b$, $c$ [12], то можно обобщить формулу(1) на гранулы эл-

[2] Слабо неупорядоченными являются пленки "простых"металлов (таких как Mg, Al, Sn), которые хорошо описываются теорией псевдопотенциала [8]; малость последнего обеспечивает слабость рассеяния даже в аморфном состоянии. Напротив, аморфные пленки переходных металлов обычно являются сильно неупорядоченными.

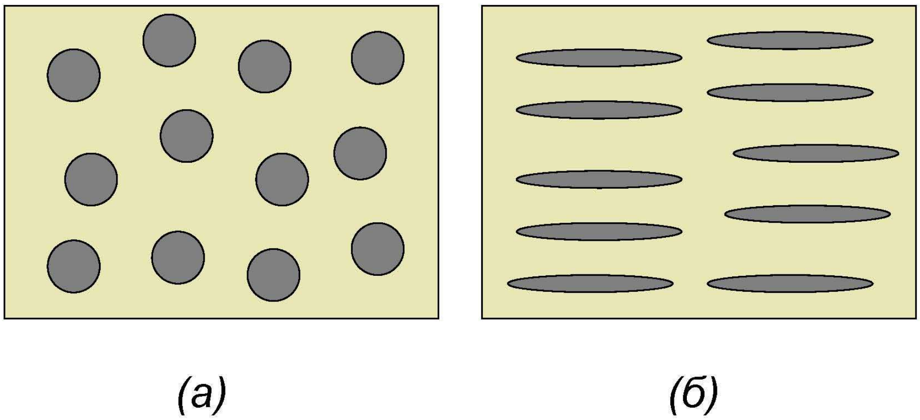


Рис. 2: Нано-композитная система со сферическими (а) и иглообразными (б) гранулами металла, внедренными в диэлектрик.

липсоидальной формы

$$\frac{\bar{\epsilon}-\epsilon_0}{\epsilon_0}=p\,\frac{\epsilon_1-\epsilon_0}{A\epsilon_0+B\epsilon_1}\,, \tag{2}$$

где $A=1-B$ и

$$B=\frac{abc}{2}\int_0^\infty \frac{dx}{(x+a^2)^{3/2}(x+b^2)^{1/2}(x+c^2)^{1/2}}\,, \tag{3}$$

если электрическое поле $\mathbf{E}$ направлено вдоль оси $a$ эллипсоида.

В реальной ситуации металлические гранулы не являются строго сферическими; для моделирования такой ситуации можно принять, что гранулы имеют форму эллипсоида, соотношение полуосей которого является флуктуирующей величиной. Тогда при $\epsilon_1 \gg \epsilon_0$ имеем

$$\frac{\bar{\epsilon}-\epsilon_0}{\epsilon_0}\approx p\left\langle B^{-1}\right\rangle - p\left\langle B^{-2}\right\rangle \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \tag{4}$$

($\langle\ldots\rangle$ — усреднение по флуктуациям), т.е. структура формулы (1) сохраняется, но изменяются коэффициенты пропорциональности.

Заметим, что параметр $B$ уменьшается при возрастании $a$ по сравнению с $b$ и $c$. В пределе сильно вытянутого эллипсоида ($a \gg b \sim c$) имеем $B \to 0$ и формула (2) принимает вид

$$\frac{\bar{\epsilon}-\epsilon_0}{\epsilon_0}=p\,\frac{\epsilon_1-\epsilon_0}{\epsilon_0}\,, \tag{5}$$

т.е. оптимальные условия для наблюдения возникают для гранул иглообразной формы (рис.2,б). При этом может быть обеспечена малость параметра $p$ (необходимая для применимости формулы (2) и прозрачной интерпретации эксперимента) и ее компенсация большим параметром $\epsilon_1/\epsilon_0$; в результате эффект оказывается порядка единицы и даже больше. Такие системы могут быть получены на основе канадского асбеста (chrysotile asbestos), представляющего собой стопку параллельных нанотрубок [13] с диаметром пор порядка $5nm$; поскольку длина гранул должна быть существенно больше [3], то потребуется работа в милликельвиновой области температур.

4. В связи с последним отметим одну экзотическую возможность. Если вращая сосуд со сверхтекучим гелием, создать в нем систему вихрей, а затем впрыскивать в него металлические атомы, то последние садятся на коры вихрей, образуя нанопроволочки [15]. Регулируя длину последних, можно в принципе создать желаемую систему (рис.3). В этом случае концентрация металлической фазы конечно ограничена ($p \lesssim 10^{-12}$), однако при достаточно низких температурах можно работать с большими масштабами $L$ и как следствие — с огромными значениями диэлектрической проницаемости $\epsilon_1$.

Параметр $B$ стремится к нулю и для гранул блинообразной формы ($a \sim b \gg c$), плоскость которых ориентирована вдоль электрического поля; в этом случае также применима формула (5).

[3] Эта длина может достигать 1мм [14].

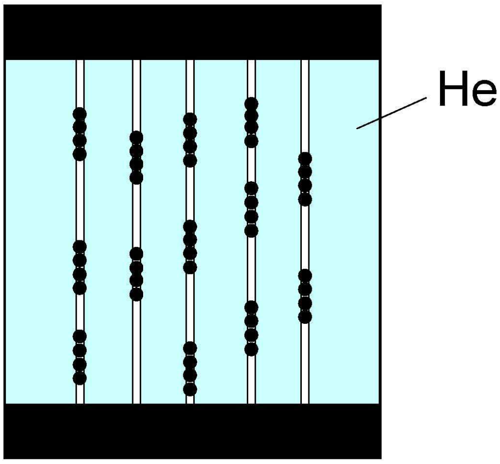


Рис. 3: Экзотическая реализация системы, представленной на рис.2,б. При вращении сосуда со сверхтекучим гелием возникают параллельно ориентированные вихри, на которые садятся металлические атомы, впрыскиваемые в гелий.

В частности, она применима к ситуации, соответствующей Рис.1, где объемная концентрация $p$ является по необходимости малой.

Из сказанного ясно, что закон Березинского является в принципе наблюдаемым, но в каждом из рассмотренных случаев имеются экспериментальные трудности. Последнее, впрочем, естественно, так как в противном случае этот закон был бы давно обнаружен экспериментально.

Автор признателен С. В. Демишеву, Е. Ю. Королевой, П. И. Арсееву, Е. Б. Гордону, Ф. А. Пудонину за обсуждения и оргкомитету XIII конференции "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений"за предоставление условий для таких дискуссий.

## Список литературы

[1] В. Л. Березинский, ЖЭТФ 65, 1251 (1973).

[2] D. Vollhardt, P. Wölfle, Phys. Rev. B **22**, 4666 (1980); Phys. Rev. Lett. **48**, 699 (1982).

[3] И. М. Суслов, ЖЭТФ **142** , 1020 (2012).

[4] L. P. Levy, G. Dolan, J. Dunsmuir, H. Bouchiat, Phys. Rev. Lett. 64, 2074 (1990).

[5] H. Bluhm, N. Koshnick, J. Bert, et al, Phys. Rev. Lett. 102, 136802 (2009).

[6] A. C. Bleszynski-Jayich, W. E. Shanks, B. Peaudecerf, et al, Science 326, 272 (2009).

[7] M. Buttiker, Y. Imry, R. Landauer, Phys. Lett. A **96**, 365 (1983).

[8] У. Харрисон, Псевдопотенциалы в теории металлов, Мир, 1968.

[9] I. V. Golosovsky, R. G. Delaplane, A. A. Naberezhnov, Yu. A. Kumzerov, Phys. Rev. B **69**, 132301 (2004).

[10] Г. Х. Панова, А. А. Набережнов, А. В. Фокин, ФТТ **50**, 1317 (2008).

[11] С. Б. Вахрушев, И. В. Голосовский, Е. Ю. Королева и др., ФТТ **50**, 1489 (2008).

[12] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука, 1982.

[13] E. Mamontov, S. B. Vakhrushev, Yu. A. Kumzerov, et al, Solid State Communications **149**, 589 (2009).

[14] S. V. Zaitsev-Zotov, Yu. A. Kumzerov, Yu. A. Firsov, et al, JETP Letters **77**, 1209 (2003).

[15] Е. Б. Гордон, А. В. Карабулин, В. И. Матюшенко и др., ЖЭТФ **139**, 1209 (2011).